

# Das große Tafelwerk *interaktiv*

**Formelsammlung  
für die Sekundarstufen  
I und II**



**Mathematik  
Informatik  
Astronomie  
Physik  
Chemie  
Biologie**

**für das Abitur empfohlen**

**[www.tafelwerk-interaktiv.de](http://www.tafelwerk-interaktiv.de)**

**Cornelsen**  
VOLK UND WISSEN

# Inhalt



## MATHEMATIK

<b>Zahlen, Zeichen, Ziffern</b> .....	5	<b>Geometrie</b> .....	26
Mathematische Zeichen .....	5	Einteilung der Dreiecke / Ebene Figuren .....	26
Griechisches Alphabet .....	6	Körper / Satz des Cavalieri .....	28
Frakturbuchstaben .....	6	Regelmäßige Polyeder .....	29
Zahlenbereiche .....	7	Winkelpaare / Sätze im allgemeinen Dreieck .....	30
Rechenoperationen .....	8	Satzgruppe des Pythagoras – Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck .....	31
Termumformungen .....	8	Sätze über Winkel am Kreis .....	31
Mittelwerte .....	8	Sehnenviereck / Tangentenviereck .....	31
Teiler und Vielfache natürlicher Zahlen .....	9	Strahlensätze .....	32
Teilbarkeitsregeln .....	9	Zentrische Streckung .....	32
Primzahlen .....	9	Goldener Schnitt .....	32
Römische Zahlzeichen .....	9	Darstellende Geometrie .....	33
Zahlen im Zehnersystem / Dezimalzahlen .....	10	Kongruenz .....	34
Zahlen im Zweiersystem / Dualzahlen .....	10	Parallelverschiebung .....	34
Zahlen im Hexadezimalsystem / Hexadezimalzahlen .....	10	Spiegelung / Drehung .....	34
Umrechnungstafel Dezimalzahlen, Hexadezimalzahlen, Dualzahlen .....	11	Koordinatensysteme .....	35
Rechnen mit Bruchzahlen (gebrochenen Zahlen) .....	12	Transformation eines kartesischen Koordinatensystems in der Ebene .....	35
Rundungsregeln .....	12	<b>Stochastik</b> .....	36
Näherungswerte .....	12	Diagramme .....	36
Intervalle im Bereich reeller Zahlen .....	12	Kombinatorik .....	37
Komplexe Zahlen .....	13	Grundbegriffe der Stochastik .....	38
<b>Gleichungen und Funktionen</b> .....	14	Kenngrößen der Häufigkeitsverteilung einer Datenreihe .....	38
Zuordnungen .....	14	Kenngrößen zur Charakterisierung der Streuung .....	39
Proportionale Zuordnungen / Proportionalität .....	14	Mehrstufige Zufallsversuche .....	39
Prozentrechnung / Zinsrechnung .....	15	Rechnen mit Wahrscheinlichkeiten .....	40
Rentenrechnung .....	15	Zufallsgrößen und ihre Wahrscheinlichkeitsverteilung .....	41
Finanzmathematik .....	16	Wertetafel zur Binomialverteilung ( $n = 2; \dots; 10$ ) .....	44
Lineare Optimierung .....	17	Summierte Binomialverteilung ( $n = 2; \dots; 10$ ) .....	45
Lineare Gleichungen / lineare Gleichungssysteme .....	18	Wertetafel zur Binomialverteilung ( $n = 12, 14, 16, 18$ ) .....	46
Lineare Funktionen / konstante Funktionen .....	18	Summierte Binomialverteilung ( $n = 12, 14, 16, 18$ ) .....	47
Quadratische Gleichungen .....	19	Wertetafel zur Binomialverteilung ( $n = 25, 50$ ) .....	48
Quadratische Funktionen .....	19	Summierte Binomialverteilung ( $n = 25, 50$ ) .....	49
Potenzen / Wurzeln / Logarithmen .....	20	Standardnormalverteilung .....	50
Potenzfunktionen $y = f(x) = x^k$ .....	21	Zufallsziffern .....	51
Exponentialfunktionen / Logarithmusfunktionen .....	21	<b>Analysis</b> .....	52
Seiten-Winkel-Beziehungen am rechtwinkligen Dreieck – Sinus, Kosinus, Tangens, Kotangens .....	22	Folgen und Reihen .....	52
Winkelfunktionen – Sinusfunktion und Kosinusfunktion .....	22	Grenzwerte .....	53
Winkelfunktionen – Tangensfunktion und Kotangens- funktion .....	23	Differenzialrechnung .....	54
Spezielle Funktionswerte der Winkelfunktionen .....	23	Schrittfolge einer Kurvendiskussion .....	56
Darstellung einer Winkelfunktion durch eine andere Funktion desselben Winkels .....	24	Horner-Schema; Polynomdivision .....	57
Additionstheoreme .....	24	Integralrechnung .....	58
Summen / Differenzen sowie Funktionen des doppelten und des halben Winkels .....	24	Flächeninhaltsberechnung durch Integration .....	60
Die Funktion $y = a \cdot \sin(bx + c)$ .....	24	Volumenberechnung durch Integration .....	60
Winkelmaße .....	25	Wachstumsprozesse, Wachstumsfunktionen; Differenzialgleichungen .....	61
Umrechnungstafel: Grad in Radiant .....	25		
Umrechnungstafel: Radiant in Grad .....	25		

<b>Vektorrechnung und analytische Geometrie</b> .....	62
Vektoren .....	62
Einfache Operationen mit Vektoren .....	63
Basis von Vektoren / Vektorraum .....	63
Multiplikation von Vektoren .....	64
Geradendarstellungen .....	65
Ebenendarstellungen / Schnittwinkel .....	66
Lagebeziehungen / Abstände .....	67
Kreis und Kugel .....	68
Kegelschnitte .....	69
<b>Lineare Algebra</b> .....	70
Matrizen .....	70
Rechnen mit Matrizen .....	71
Besondere Matrizen und Eigenschaften .....	72
Determinanten .....	73
Lösen linearer Gleichungssysteme mit der Cramer'schen Regel .....	74
Lösen linearer Gleichungssysteme mit dem Gauß'schen Eliminationsverfahren .....	75
Lineare Abbildungen .....	76
Affine Abbildungen .....	76

## ➔ INFORMATIK

<b>Datendarstellung</b> .....	77
Einheiten .....	77
Datentypen (Auswahl) .....	77
<b>Algorithmik</b> .....	78
Algorithmusbegriff .....	78
Strukturelemente der Algorithmierung in verschiedenen Darstellungsformen .....	78
Programmiermethodik (-technik) .....	79
Programmiersprachen .....	80
<b>Web-Seitengestaltung</b> .....	81
HTML-Befehle .....	81
Cascading Style Sheet (CSS) .....	82

## ➔ ASTRONOMIE

<b>Konstanten, Einheiten und Werte</b> .....	83
Konstanten .....	83
Einheiten der Länge / Einheiten der Zeit .....	83
Ausgewählte Zeitzonen .....	83
Erde / Mond .....	84
Planeten des Sonnensystems .....	84
Sonne .....	85
Einige Daten unseres Milchstraßensystems (Galaxis) .....	85
Scheinbare Helligkeiten einiger Sterne .....	85
Radien und mittlere Dichten von Sternen .....	85
<b>Formeln</b> .....	86
Grundlegende Größen .....	86
Die Kepler'schen Gesetze .....	86
Das Gravitationsgesetz .....	86
Kosmische Geschwindigkeiten .....	86

## ➔ PHYSIK

<b>Basiseinheiten des Internationalen Einheitensystems (SI)</b> ...	87
<b>Mechanik</b> .....	87
Größen und Einheiten der Mechanik .....	87
Größen und Einheiten der Akustik .....	89
Kraft, Geschwindigkeit, Beschleunigung .....	89
Reibungszahlen (Richtwerte) .....	93
Arbeit, Energie, Leistung .....	93
Impuls, Drehimpuls .....	94
Stoßarten / Gravitation .....	95
Mechanische Schwingungen .....	96
Mechanische Wellen .....	97
Schallgeschwindigkeiten .....	97
Mechanik der Flüssigkeiten und Gase .....	97
Dichten .....	98
Widerstandsbeiwerte $c_w$ einiger Körper .....	99
<b>Thermodynamik</b> .....	99
Größen und Einheiten der Thermodynamik .....	99
Wärme, Wärmeübertragung .....	100
Feste Stoffe und Flüssigkeiten .....	100
Eigenschaften von festen Stoffen .....	101
Eigenschaften von Flüssigkeiten .....	101
Eigenschaften von Gasen .....	102
Heizwerte .....	102
Druckabhängigkeit der Siedetemperatur des Wassers .....	102
Ideales Gas / Reales Gas .....	103
Energie, Enthalpie, Entropieänderung .....	103
Kinetische Gastheorie .....	104
<b>Elektrizitätslehre</b> .....	105
Größen und Einheiten der Elektrizitätslehre und des Magnetismus .....	105
Spezifische elektrische Widerstände .....	106
Gleichstrom .....	106
Gesetze im unverzweigten und verzweigten Stromkreis .....	107
Elektrisches Feld .....	107
Magnetisches Feld .....	108
Hall-Konstanten $R_H$ .....	109
Relative Permittivitäten $\epsilon_r$ (Permittivitätszahlen) .....	109
Relative Permeabilitäten $\mu_r$ (Permeabilitätszahlen) magnetischer Werkstoffe .....	109
Elektromagnetische Induktion .....	110
Wechselstrom .....	110
Widerstände im Wechselstromkreis .....	111
Transformator .....	111
Elektromagnetischer Schwingkreis .....	112
Elektromagnetische Wellen .....	112
Elektromagnetisches Spektrum .....	112
Schaltzeichen .....	113
<b>Optik</b> .....	114
Größen und Einheiten der Optik .....	114
Strahlenoptik .....	114
Wellenoptik .....	115
Lichtgeschwindigkeiten in Stoffen und im Vakuum .....	116
Brechzahlen $n$ .....	116
<b>Spezielle Relativitätstheorie</b> .....	116
<b>Temperaturstrahlung</b> .....	117

Quantenphysik .....	117
Austrittsarbeiten $W_A$ (Auslöseenergie $E_A$ ) der Elektronen aus reinen Metalloberflächen .....	118
Kernphysik .....	118
Beispiele für Halbwertzeiten $T_{1/2}$ .....	118
Größen und Einheiten der Kernphysik und im Strahlenschutz .....	119
Atomkerne und Strahlenschutz .....	119
Auszug aus der Nuklidkarte (vereinfacht) .....	120
Alpha-, Beta- und Gammastrahlung .....	122
Naturkonstanten .....	122



## CHEMIE

Übersichten zur Chemie .....	123
Chemische Elemente .....	123
Atom- und Ionenradien einiger Elemente .....	125
Anorganische Stoffe .....	126
Organische Stoffe .....	129
Molare Standardgrößen – Anorganische Verbindungen .....	132
Molare Standardgrößen – Organische Verbindungen .....	135
Griechische Zahlwörter in der chemischen Nomenklatur .....	136
Massenanteil und Dichte von sauren und alkalischen Lösungen .....	136
Molare Gitterenthalpie von Ionensubstanzen .....	137
Molare Hydratationsenthalpie einiger Ionen .....	137
Umschlagsbereiche für Säure-Base-Indikatoren.....	137
Komplexzerfallskonstanten (Dissoziationskonstanten).....	137
Säurekonstanten und Basekonstanten .....	138
Kryoskopische und ebullioskopische Konstanten von Lösemitteln .....	138
Löslichkeitsprodukte bei 25 °C .....	139
Elektrochemische Spannungsreihe der Metalle .....	140
Elektrochemische Spannungsreihe der Nichtmetalle .....	140
Elektrochemische Sannungsreihe einiger Redoxreaktionen / Löslichkeit einiger Gase in Wasser ...	141
Größengleichungen der Chemie .....	142
Stoffmenge, molare Masse, molares Volumen und Normvolumen .....	142
Zusammensetzungsgrößen .....	143
Chemische Thermodynamik .....	144
Reaktionskinetik / Chemisches Gleichgewicht .....	145
Säure-Base-Gleichgewichte .....	146
Löslichkeitsgleichgewichte .....	147
Elektrochemie .....	147
Kernchemie .....	148

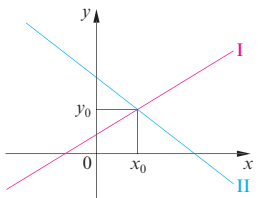
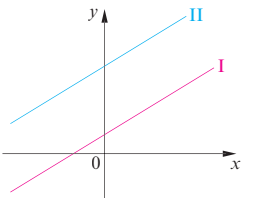
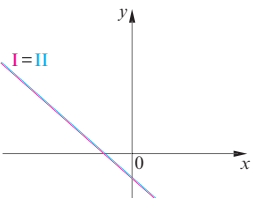


## BIOLOGIE

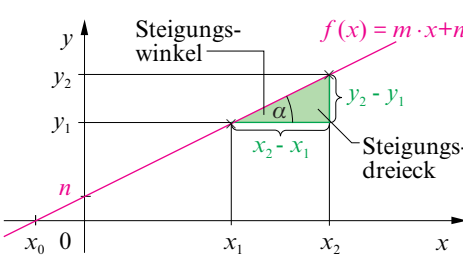
Allgemeine Angaben .....	149
Ungefähre Artenanzahlen einiger wichtiger Tiergruppen weltweit .....	149
Ungefähre Artenanzahlen einiger wichtiger Pflanzengruppen weltweit .....	149
Maximales Alter verschiedener Lebewesen .....	149
Zellbiologie .....	150
Lebensdauer von Zellen in verschiedenen Organen des Menschen .....	150
Größe von Zellen oder Zellorganellen .....	150
Dauer der Zellteilung (Mitose) verschiedener Zellen .....	150
Sinnes- und Nervenphysiologie .....	151
Obergrenze der Hörfähigkeit bei Tieren und beim Mensch .....	151
Schallpegel verschiedener Geräusche .....	151
Erregungsleitungsgeschwindigkeit in Nerven .....	151
Anzahl der Rezeptoren und ableitenden Nervenfasern der Sinne des Menschen .....	151
Stoff- und Energiewechsel .....	152
Ernährung .....	152
Täglich benötigte Nahrungsmenge verschiedener Lebewesen .....	152
Täglicher Energiebedarf von Säuglingen, Kindern und Jugendlichen .....	152
Energie-, Nährstoff-, Wasser- und Vitamingehalt ausgewählter Nahrungsmittel .....	153
Energiegehalt der Nährstoffe .....	153
Energieverbrauch bei verschiedenen Tätigkeiten .....	154
Körpermassenindex / Respiratorischer Quotient .....	154
Abbau der Nährstoffe im Körper .....	154
Veränderung des Sauerstoff- und Kohlenstoffdioxid- gehaltes in der Atemluft und im Blut des Menschen während der Atmung.....	155
Diffusion / Osmose / Enzymreaktionen .....	155
Genetik und Evolution .....	156
Chromosomensätze von Lebewesen .....	156
Genetischer Code .....	156
DNA- und RNA-Gehalt verschiedener Zellen des Menschen.....	157
Mutationsrate / Populationsgenetik / Evolution .....	157
Entwicklung der Lebewesen im Verlauf der Erdgeschichte.....	158
Ökologie .....	159
Wachstumsgesetze .....	159
Bestimmen der Wasserqualität .....	159
Biomasseproduktion und Wasserbilanz bei Pflanzen .....	160
Bestandsaufnahme von Pflanzen .....	160
Zeigerwerte von Pflanzen .....	161
REGISTER .....	162



**Lineare Gleichungen/lineare Gleichungssysteme**

Lineare Gleichungen mit einer Variablen	<p><i>allgemeine Form:</i> <math>a \cdot x + b = 0</math>, wobei <math>a, b</math> konstant und <math>a \neq 0</math>  <i>Lösung:</i> <math>x = -\frac{b}{a}</math> bzw. <math>L = \left\{ -\frac{b}{a} \right\}</math></p>		
Lineare Gleichungen mit zwei Variablen	<p><i>allgemeine Form:</i> <math>ax + by = c</math>, wobei <math>a, b, c</math> konstant und <math>a \neq 0, b \neq 0</math>  <i>Lösungsmenge:</i> <math>L = \left\{ (x; y) \mid y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b} \right\}</math>                  Alle Lösungen liegen auf ein und derselben Geraden.</p>		
Lineare Gleichungssysteme (LGS) mit 2 Variablen	<p><i>allgemeine Form:</i> (I) <math>a_1x + b_1y = c_1</math>                  (II) <math>a_2x + b_2y = c_2</math>, wobei <math>a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2</math> konstant  <i>Lösungsmenge:</i> Schnittmenge der Lösungsmengen beider Gleichungen</p>		
Grafisches Lösen von linearen Gleichungssystemen mit 2 Variablen	<p>Das LGS hat <b>genau eine Lösung</b>, wenn die Geraden einander schneiden.</p> 	<p>Das LGS hat <b>keine Lösung</b>, wenn die Geraden parallel verlaufen.</p> 	<p>Das LGS hat <b>unendlich viele Lösungen</b>, wenn die Geraden zusammenfallen.</p> 
Rechnerisches Lösen von linearen Gleichungssystemen (↗ Seite 75)	<p><i>Einsetzungsverfahren:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– eine Gleichung nach einer Variablen auflösen</li> <li>– den entstehenden Term in die andere Gleichung einsetzen</li> </ul> <p><i>Gleichsetzungsverfahren:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– beide Gleichungen nach derselben Variablen auflösen</li> <li>– entstehende Terme gleichsetzen</li> </ul> <p><i>Additionsverfahren:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– eine Gleichung auf beiden Seiten mit einer Zahl (<math>\neq 0</math>) multiplizieren, sodass in beiden Gleichungen die Koeffizienten vor einer der Variablen dem Betrage nach gleich, ihre Vorzeichen aber verschieden sind</li> <li>– Gleichungen dann addieren</li> </ul>		

**Lineare Funktionen/konstante Funktionen**

Lineare Funktionen	<p><i>Funktionsgleichung:</i> <math>y = f(x) = m \cdot x + n</math>, wobei <math>m, n</math> konstant und <math>m \neq 0</math>  <i>grafische Darstellung:</i> Gerade durch den Punkt <math>P(0; n)</math> mit Steigung <math>m</math>  <i>Steigung:</i>  <math>m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}</math> (<math>x_1 \neq x_2</math>)  <math>m = \tan \alpha</math> (<math>\alpha \neq 90^\circ</math>)  <i>Monotonie:</i>                  für <math>m &gt; 0</math> monoton wachsend                  für <math>m &lt; 0</math> monoton fallend  <i>Nullstelle:</i> <math>x_0 = -\frac{n}{m}</math></p> 
Konstante Funktionen	<p><i>Funktionsgleichung:</i> <math>y = f(x) = n</math>, wobei <math>n</math> konstant  <i>grafische Darstellung:</i> Gerade durch den Punkt <math>P(0; n)</math>, parallel zur <math>x</math>-Achse</p>

### Quadratische Gleichungen

Quadratische Gleichungen	<i>allgemeine Form:</i> $ax^2 + bx + c = 0$ , wobei $a, b, c$ konstant und $a \neq 0$ <i>Normalform:</i> $x^2 + px + q = 0$ , wobei $p, q$ konstant	
Lösungsformeln	für Normalform: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	für allgemeine Form: $x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$
Diskriminante	$D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$ , daher $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$	
Anzahl der Lösungen	Falls $D > 0$ : zwei Lösungen, $x_1 = -\frac{p}{2} + \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ und $x_2 = -\frac{p}{2} - \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$ Falls $D = 0$ : genau eine Lösung, $x_1 = x_2 = -\frac{p}{2}$ Falls $D < 0$ : keine Lösung im Bereich der reellen Zahlen	
Satz von Vieta	Für die Lösungen $x_1, x_2$ einer quadratischen Gleichung $x^2 + px + q = 0$ gilt: $x_1 + x_2 = -p$ und $x_1 \cdot x_2 = q$	
Zerlegung in Linearfaktoren	Für die Lösungen $x_1, x_2$ einer quadratischen Gleichung $x^2 + px + q = 0$ gilt: $x^2 + px + q = (x - x_1) \cdot (x - x_2)$	

### Quadratische Funktionen

Allgemeine Form	<i>Funktionsgleichung:</i> $y = f(x) = ax^2 + bx + c$ , wobei $a, b, c$ konstant und $a \neq 0$ <i>Scheitelpunkt:</i> $S\left(-\frac{b}{2a}; \frac{4ac - b^2}{4a}\right)$ <i>Nullstellen:</i> $x_{1,2} = -\frac{b}{2a} \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$
Normalform	<i>Funktionsgleichung:</i> $y = f(x) = x^2 + px + q$ , wobei $p, q$ konstant <i>Scheitelpunkt:</i> $S\left(-\frac{p}{2}; -\frac{p^2}{4} + q\right)$ <i>Nullstellen:</i> $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$
Scheitelpunktsform	<i>Funktionsgleichung:</i> $y = f(x) = a(x + d)^2 + e$ , wobei $a, d, e$ konstant und $a \neq 0$ <i>Scheitelpunkt:</i> $S(-d; e)$ <i>Nullstellen:</i> $x_{1,2} = -d \pm \sqrt{-\frac{e}{a}}$
Grafische Darstellung	<p>Der Graph einer quadratischen Funktion heißt <b>Parabel</b>.            Der Funktionsgraph zu <math>y = f(x) = x^2</math> heißt <b>Normalparabel</b>.</p>



# Geometrie



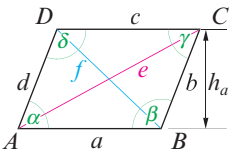
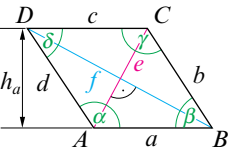
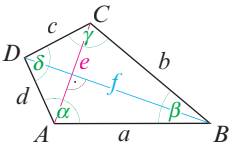
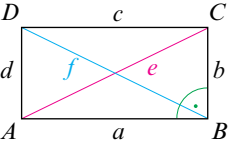
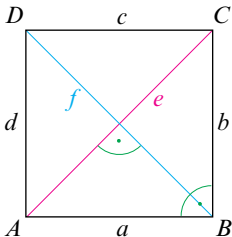
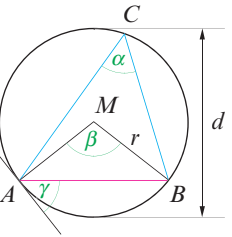
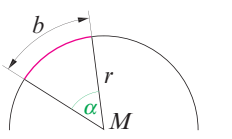
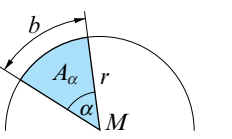
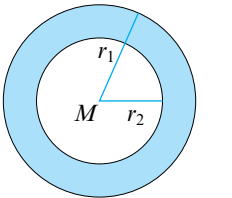
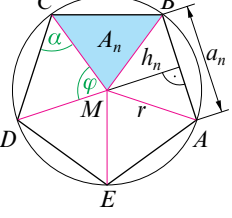
## Einteilung der Dreiecke

Einteilung der Dreiecke nach den Seiten		
<b>unregelmäßig</b> (alle Seiten sind paarweise verschieden lang)	<b>gleichschenkelig</b> (ein Paar gleich langer Seiten)	
	<b>nicht gleichseitig</b> (genau zwei Seiten sind gleich lang)	<b>gleichseitig</b> (alle Seiten sind gleich lang)
$a \neq b \neq c$	$a = b$	$a = b = c$
Einteilung der Dreiecke nach den Innenwinkeln		
<b>spitzwinklig</b> (alle Innenwinkel sind spitz)	<b>rechtwinklig</b> (es gibt einen rechten Winkel)	<b>stumpfwinklig</b> (ein Innenwinkel ist stumpf)
$\alpha < 90^\circ$ $\beta < 90^\circ$ $\gamma < 90^\circ$	$\gamma = 90^\circ$	$\gamma > 90^\circ$

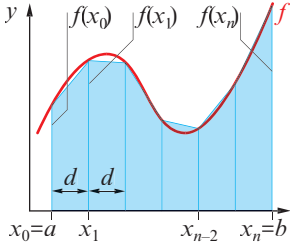
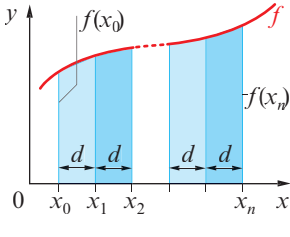
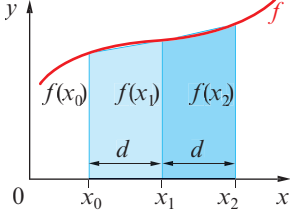
## Ebene Figuren ( $u$ – Umfang; $A$ – Flächeninhalt)

<p><b>Allgemeines Dreieck</b></p> $u = a + b + c$ $A = \frac{1}{2} g \cdot h_g = \frac{1}{2} ab \cdot \sin \gamma$ $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$ $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$	<p><b>Rechtwinkliges Dreieck (<math>\gamma = 90^\circ</math>)</b></p> $A = \frac{1}{2} ab$ $a^2 + b^2 = c^2; h_c^2 = p \cdot q$ $a^2 = p \cdot c; b^2 = q \cdot c$ $\sin \alpha = \frac{a}{c}; \cos \alpha = \frac{b}{c};$ $\tan \alpha = \frac{a}{b}; \cot \alpha = \frac{b}{a}$
<p><b>Gleichschenkliges Dreieck</b></p> $u = 2a + c;$ $\beta = 180^\circ - 2\alpha$ $h_c = \sqrt{a^2 - \frac{1}{4}c^2}$ $A = \frac{1}{2} c \cdot h_c$ <p>1 Symmetrieachse</p>	<p><b>Gleichseitiges Dreieck</b></p> $u = 3a$ $A = \frac{a^2}{4} \sqrt{3} \text{ mit } h = \frac{a}{2} \sqrt{3}$ $\alpha = 60^\circ$ <p>3 Symmetrieachsen</p>
<p><b>Allgemeines Viereck</b></p> $u = a + b + c + d$ $A = A_1 + A_2$ $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^\circ$	<p><b>Trapez (<math>a \parallel c</math>)</b></p> $A = \frac{1}{2} (a + c) \cdot h = m \cdot h$ $m = \frac{1}{2} (a + c)$ $\alpha + \delta = 180^\circ; \beta + \gamma = 180^\circ$



<p><b>Parallelogramm</b> (<math>a \parallel c; b \parallel d</math>)</p>  <p> <math>u = 2(a+b)</math>  <math>A = a \cdot h_a = b \cdot h_b</math>  <math>A = ab \cdot \sin \alpha = ab \cdot \sin \beta</math>  <math>a = c; b = d</math>  <math>\beta = \delta; \alpha + \beta = 180^\circ</math>  <math>\alpha = \gamma; \alpha + \delta = 180^\circ</math> </p> <p>Die Diagonalen halbieren einander. Es gibt keine Symmetrieachse.</p>	<p><b>Rhombus – Raute</b> (<math>a \parallel c; b \parallel d</math>)</p>  <p> <math>u = 4a</math>  <math>A = a \cdot h_a</math>  <math>A = \frac{1}{2} e \cdot f; e \perp f</math>  <math>A = a^2 \cdot \sin \alpha = a^2 \cdot \sin \beta</math>  <math>a = b = c = d</math>  <math>\alpha = \gamma; \beta = \delta</math>  <math>\alpha + \beta = 180^\circ</math> </p> <p>Die Diagonalen halbieren einander und sie stehen senkrecht aufeinander. Es gibt 2 Symmetrieachsen.</p>
<p><b>Drachenviereck</b> (<math>a = b; c = d</math>)</p>  <p> <math>u = 2(a+d)</math>  <math>A = \frac{1}{2} e \cdot f</math>  <math>a = b; c = d</math>  <math>a \perp c; e \perp f</math>                      1 Symmetrieachse                 </p> <p>Die Diagonalen stehen senkrecht aufeinander, eine Diagonale wird halbiert.</p>	<p><b>Rechteck</b> (<math>a \parallel c; b \parallel d; a \perp b</math>)</p>  <p> <math>u = 2(a+b)</math>  <math>A = ab</math>  <math>a = c, b = d; e = f</math>  <math>e = \sqrt{a^2 + b^2}</math>  <math>\alpha = \beta = \gamma = \delta = 90^\circ</math> </p> <p>Die Diagonalen sind gleich lang und sie halbieren einander. Es gibt 2 Symmetrieachsen.</p>
<p><b>Quadrat</b> (<math>a \parallel c; b \parallel d; a \perp b</math>)</p>  <p> <math>u = 4a</math>  <math>A = a^2</math>  <math>a = b = c = d</math>  <math>\alpha = \beta = \gamma = \delta = 90^\circ</math>  <math>e = f; e \perp f; e = a\sqrt{2}</math>                      4 Symmetrieachsen                 </p> <p>Die Diagonalen sind gleich lang, sie halbieren einander und stehen senkrecht aufeinander.</p>	<p><b>Kreis</b> (<math>r</math> – Radius)</p>  <p> <math>u = 2\pi r = \pi d</math>  <math>A = \pi r^2 = \frac{1}{4} \pi d^2</math>  <math>\alpha = \frac{\beta}{2}; \alpha = \gamma</math>  <math>\alpha</math> Peripheriewinkel  <math>\beta</math> Zentriwinkel über <math>\widehat{AB}</math>  <math>\gamma</math> Sehnen-Tangenten-Winkel                 </p>
<p><b>Kreisbogen</b></p>  <p> <math>b : u = \alpha : 360^\circ</math>  <math>b = \frac{\pi r}{180^\circ} \alpha</math>  <math>b = r \cdot \text{arc } \alpha</math> (S. 23)                 </p>	<p><b>Kreisausschnitt (Sektor)</b></p>  <p> <math>A_\alpha : A = \alpha : 360^\circ</math>  <math>= \text{arc } \alpha : 2\pi</math>  <math>A_\alpha = \frac{\pi}{360^\circ} \alpha r^2</math>  <math>A_\alpha = \frac{1}{2} b \cdot r = \frac{1}{2} r^2 \text{arc } \alpha</math> </p>
<p><b>Kreisring</b> (<math>r_1 &gt; r_2</math>)</p>  <p> <math>A = \pi(r_1^2 - r_2^2)</math> </p>	<p><b>Regelmäßiges n-Eck</b></p>  <p> <math>u = n \cdot a_n; A = n \cdot A_n</math>  <math>\varphi = \frac{360^\circ}{n}; \alpha = \frac{180^\circ - \varphi}{2}</math>  <math>h_n^2 = r^2 - \left(\frac{1}{2} a_n\right)^2</math>  <math>a_n = 2r \cdot \sin \frac{\varphi}{2}</math>  <math>A_n = \frac{1}{2} r^2 \cdot \sin \varphi</math> </p>

## Integralrechnung

Stammfunktion	Eine Funktion $F$ heißt Stammfunktion von $f$ genau dann, wenn $F$ und $f$ in einem Intervall $I$ definiert sind, wenn $F$ in $I$ differenzierbar ist und wenn $F'(x) = f(x)$ für alle $x \in I$ .
Unbestimmtes Integral	Das unbestimmte Integral der Funktion $f$ ist die Menge aller Stammfunktionen von $f(x)$ . Es gilt $\int f(x) dx = F(x) + c$ ( $c \in \mathbb{R}$ ).
Bestimmtes Integral	Das bestimmte Integral der Funktion $f$ auf dem abgeschlossenen Intervall $[a; b]$ ist die reelle Zahl $\int_a^b f(x) dx$ .
Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung	Ist $f$ eine im Intervall $[a; b]$ stetige Funktion und $F$ irgendeine Stammfunktion von $f$ , so ist $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$
Eigenschaften	<p>(1) <math>\int_a^a f(x) dx = 0</math> (falls <math>f</math> in <math>a</math> definiert ist)</p> <p>(2) <math>\int_b^a f(x) dx = -\int_a^b f(x) dx</math></p> <p>(3) <math>\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx</math> (falls <math>f</math> in <math>[a; b]</math> stetig und <math>a \leq c \leq b</math>)</p>
Integrationsregeln	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Für einen konstanten Faktor gilt: <math>\int k \cdot f(x) dx = k \cdot \int f(x) dx</math></li> <li>• Für eine Summe/Differenz gilt: <math>\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx</math></li> <li>• Substitutionsregel: <math>\int f[\varphi(t)] \cdot \varphi'(t) dt = \int f(x) dx</math> mit <math>x = \varphi(t)</math> und <math>dx = \varphi'(t) dt</math></li> <li>• Partielle Integration (Produktintegration): <math>\int u v' dx = u v - \int v u' dx</math></li> </ul>
Näherungsweise Berechnung von Integralen	<p><b>Trapezverfahren</b></p> <p>Mit <math>d = \frac{b-a}{n} = \frac{x_n - x_0}{n}</math> erhält man für den Flächeninhalt <math>A</math> folgende Näherung:</p> $A \approx \sum_{k=1}^n \frac{1}{2} (f(x_{k-1}) + f(x_k)) \cdot d$ $A = \int_a^b f(x) dx \approx \left( \frac{f(x_0) + f(x_n)}{2} + \sum_{k=1}^{n-1} f(x_k) \right) \cdot d$ 
	<p><b>Simpson'sche Regel</b></p> <p>Die Genauigkeit ist bei gleicher Anzahl der Stützpunkte i. Allg. größer als bei dem Trapezverfahren.</p> <p>Mit <math>d = \frac{x_n - x_0}{n}</math>, <math>n</math> gerade gilt:</p> $A \approx \frac{d}{3} \cdot [f(x_0) + f(x_n) + 2 \cdot (f(x_2) + f(x_4) + \dots + f(x_{n-2})) + 4 \cdot (f(x_1) + f(x_3) + \dots + f(x_{n-1}))]$ 
	<p><b>Kepler'sche (Fass-)Regel</b></p> <p>Die Kepler'sche Regel ist der Spezialfall der Simpson'schen Regel für <math>n = 2</math>.</p> <p>Mit <math>d = \frac{x_2 - x_0}{2}</math>, <math>n</math> gerade, gilt:</p> $A \approx \frac{d}{3} \cdot (f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2))$ 



Grundintegrale  
und weitere  
spezielle  
Integrale

$$\int a \cdot dx = ax + c \quad (a \in \mathbb{R})$$

$$\int x \, dx = 0,5 \cdot x^2 + c$$

$$\int x^n \, dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c \quad \text{mit } n \in \mathbb{Z}, n \neq -1 \quad \text{und} \quad \begin{cases} x \in \mathbb{R}, & \text{falls } n \geq 0 \\ x \in \mathbb{R}, x \neq 0 & \text{falls } n < 0 \end{cases}$$

$$\int x^{-1} \, dx = \int \frac{dx}{x} = \ln |x| + c = \begin{cases} \ln x + c, & \text{falls } x > 0 \\ \ln(-x) + c, & \text{falls } x < 0 \end{cases}$$

$$\int x^r \, dx = \frac{x^{r+1}}{r+1} + c \quad \text{mit } r \in \mathbb{Q}, r \neq -1, x \in \mathbb{R} \quad \text{und} \quad x > 0$$

$$\int a^x \, dx = \frac{1}{\ln a} a^x + c = a^x \cdot \log_a e + c \quad \text{mit } a \in \mathbb{R}, a > 0, a \neq 1 \quad \text{und} \quad x \in \mathbb{R}$$

$$\int e^x \, dx = e^x + c \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$\int \ln x \, dx = x \cdot \ln |x| - x + c \quad (x \neq 0)$$

$$\int x \cdot \ln x \, dx = x^2 \left( \frac{\ln x}{2} - \frac{1}{4} \right) + c \quad (x \neq 0)$$

$$\int \frac{dx}{a^2 + x^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + c \quad (a \neq 0)$$

$$\int \frac{dx}{ax + b} = \frac{1}{a} \ln |ax + b| + c$$

$$\int \sin x \, dx = -\cos x + c \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$\int \cos x \, dx = \sin x + c \quad (x \in \mathbb{R})$$

$$\int \frac{dx}{\cos^2 x} = \tan x + c \quad \text{mit } x \neq (2k+1) \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\int \tan x \, dx = -\ln |\cos x| + c \quad \text{mit } x \neq (2k+1) \cdot \frac{\pi}{2}, \text{ wobei } k \in \mathbb{Z}$$

$$\int \cot x \, dx = \ln |\sin x| + c \quad \text{mit } x \neq k \cdot \pi, \text{ wobei } k \in \mathbb{Z}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + c, \quad \text{wenn } |x| < |a|; a \neq 0$$

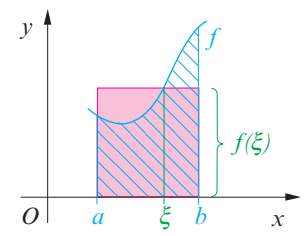
$$\int (ax + b)^n \, dx = \frac{(ax + b)^{n+1}}{a(n+1)} + c \quad (n \neq -1)$$

Mittelwertsatz  
der Integral-  
rechnung

Wenn eine Funktion  $f(x)$  im Intervall  $[a, b]$  stetig ist, so gibt es wenigstens eine Zahl  $\xi$  mit  $a \leq \xi \leq b$ , für die gilt:

$$\frac{\int_a^b f(x) \, dx}{b - a} = f(\xi) \quad \text{bzw.} \quad \int_a^b f(x) \, dx = f(\xi) \cdot (b - a)$$

Faustregel:  
Im Intervall  $(a; b)$  gibt es eine Stelle  $\xi$ , sodass das Rechteck mit den Seitenlängen  $f(\xi)$  und  $(b - a)$  den gleichen Flächeninhalt besitzt wie die Fläche unter dem Graphen von  $f$  in den Grenzen  $a$  und  $b$ .




# Lineare Algebra



## Matrizen

$n$ -Tupel	Spalten (Zeilen) mit $n$ Zahlen ( $n = 2$ : Paar; $n = 3$ : Tripel; $n = 4$ : Quadrupel) Beispiel: Der Vektor $(3; 7; -2; 1; 8; 9)$ ist ein 6-Tupel.	
Matrix ( $m, n$ )-Matrix	<p>Eine Matrix ist ein System von <math>m \cdot n</math> Zahlen, die in einem rechteckigen Schema von <math>m</math> Zeilen und <math>n</math> Spalten angeordnet wurden. Matrizen finden zum Beispiel Verwendung als Koeffizientenschema für ein System von <math>m</math> linearen Gleichungen mit <math>n</math> Variablen <math>x_i</math>.</p> $\begin{array}{l} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n = b_m \end{array} \quad \left  \quad \mathbf{A}_{m,n} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{m3} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix} \right.$ <p>Das Paar <math>(m, n)</math> gibt den Typ der Matrix an: <math>m</math> Zeilen und <math>n</math> Spalten. Für die Bezeichnung des allgemeinen Elements der Matrix wählt man oft: <math>a_{ik}</math> mit <math>i = 1, 2, \dots, m</math> und <math>k = 1, 2, \dots, n</math>. Matrizen können auch verwendet werden, um Abbildungen wie beispielsweise Drehungen und Spiegelungen darzustellen. (↗ S. 76)</p>	
Vektoren	<p>Eine Matrix <math>\mathbf{A}_{(m,n)}</math> kann als Zusammenschluss von <math>m</math> Zeilenvektoren <math>\mathbf{a}_{(i)}</math> oder aber von <math>n</math> Spaltenvektoren <math>\mathbf{a}_{(k)}</math> angesehen werden. Ein <b>Spaltenvektor</b> ist danach eine einspaltige Matrix vom Typ <math>(m, 1)</math> ein <b>Zeilenvektor</b> ist eine einzeilige Matrix vom Typ <math>(1, n)</math>.</p>	
Quadratische Matrix	<p>In einer quadratischen Matrix ist die Anzahl der Zeilen gleich der Anzahl der Spalten: <math>m = n</math> Die Elemente <math>a_{11}, a_{22}, a_{33}, \dots, a_{nn}</math> bilden die Hauptdiagonale; die Elemente <math>a_{1n}, a_{2n-1}, a_{3n-2}, \dots, a_{n1}</math> die Nebendiagonale.</p>	$\mathbf{A}_{(n,n)} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$
Diagonalmatrix Einheitsmatrix	<p>Diagonalmatrix</p> $\mathbf{D} = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & d_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & d_{nn} \end{pmatrix}$ <p>Eine Diagonalmatrix ist eine besondere quadratische Matrix. Alle Elemente außerhalb der Hauptdiagonalen sind gleich null.</p>	<p>Einheitsmatrix</p> $\mathbf{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix}$ <p>Eine Einheitsmatrix ist eine besondere Diagonalmatrix. Alle Elemente in der Hauptdiagonalen sind gleich 1.</p>
Dreiecksmatrix	<p>obere Dreiecksmatrix</p> $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ <p>Alle Elemente unterhalb der Hauptdiagonalen einer quadratischen Matrix sind gleich null.</p>	<p>untere Dreiecksmatrix</p> $\begin{pmatrix} a_{11} & 0 & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{pmatrix}$ <p>Alle Elemente oberhalb der Hauptdiagonalen einer quadratischen Matrix sind gleich null.</p>

Rechnen mit Matrizen

<p>Gleichheit von Matrizen</p>	<p>Zwei Matrizen <math>A_{(m,n)}</math> und <math>B_{(m,n)}</math> sind dann und nur dann gleich, wenn sie im Typ übereinstimmen und wenn alle entsprechenden Elemente gleich sind, d. h. <math>a_{ij} = b_{ij}</math> für <math>i = 1, \dots, m</math> und <math>j = 1, \dots, n</math>.</p>
<p>Addition/ Subtraktion</p>	<p>Für <math>(m, n)</math>-Matrizen <math>A</math> und <math>B</math> vom gleichen Typ gilt:</p> $A \pm B = \begin{pmatrix} a_{11} \pm b_{11} & a_{12} \pm b_{12} & \dots & a_{1n} \pm b_{1n} \\ a_{21} \pm b_{21} & a_{22} \pm b_{22} & \dots & a_{2n} \pm b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} \pm b_{m1} & a_{m2} \pm b_{m2} & \dots & a_{mn} \pm b_{mn} \end{pmatrix}$ <p>Rechenregeln:  <math>A + B = B + A</math>  <math>(A + B) + C = A + (B + C)</math>  <math>A + 0 = A</math>  <math>A - A = 0</math></p>
<p>Multiplikation einer Matrix <math>A_{(m,n)}</math> mit einer reellen Zahl <math>r</math></p>	$rA = \begin{pmatrix} r a_{11} & r a_{12} & \dots & r a_{1n} \\ r a_{21} & r a_{22} & \dots & r a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r a_{m1} & r a_{m2} & \dots & r a_{mn} \end{pmatrix}$ <p>Rechenregeln:  <math>(r + s)A = rA + sA</math>  <math>r(A + B) = rA + rB</math>  <math>r(sA) = (rs)A</math>  <math>1 \cdot A = A</math>  <math>0 \cdot A = 0</math></p>
<p>Multiplikation von Matrizen</p>	<p>Die Multiplikation zweier Matrizen <math>A</math> und <math>B</math> ist möglich, wenn die Anzahl der Spalten von <math>A</math> gleich der Anzahl der Zeilen von <math>B</math> ist, wenn also <math>A_{(m,n)}</math> und <math>B_{(n,q)}</math> gilt. Die Ergebnismatrix <math>C</math> hat die Zeilenzahl von <math>A</math> und die Spaltenzahl von <math>B</math>. Ihre Elemente <math>c_{ik}</math> werden durch das Skalarprodukt der <math>i</math>-ten Zeile von <math>A</math> mit der <math>k</math>-ten Spalte von <math>B</math> bestimmt:</p> $A_{(m,n)} \cdot B_{(n,q)} = C_{(m,q)} \text{ mit } c_{ik} = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{jk} \text{ und } i = 1, 2, \dots, m; k = 1, 2, \dots, q$ <p style="text-align: center;">           verkettenbar     </p> <p style="text-align: center;"> <b><math>m</math> Zeilen, <math>n</math> Spalten</b>      <b><math>n</math> Zeilen, <math>q</math> Spalten</b>      <b><math>m</math> Zeilen, <math>q</math> Spalten</b> </p> $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{j=1}^n a_{1j} b_{j1} & \sum_{j=1}^n a_{1j} b_{j2} & \dots & \sum_{j=1}^n a_{1j} b_{jq} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \sum_{j=1}^n a_{mj} b_{j1} & \sum_{j=1}^n a_{mj} b_{j2} & \dots & \sum_{j=1}^n a_{mj} b_{jq} \end{pmatrix}$ <p>Rechenregeln: <math>(A + B) \cdot C = A \cdot C + B \cdot C</math>  <math>r(A \cdot B) = (r \cdot A) \cdot B</math>          Achtung: <math>A \cdot B \neq B \cdot A</math> (nicht kommutativ)</p>
<p>Berechnungsschema für Matrizenmultiplikation (Falk'sches Schema)</p>	<p>Für die Berechnung der Elemente der Ergebnismatrix <math>C</math> bei der Multiplikation der Matrizen <math>A</math> und <math>B</math> hat sich folgendes Schema bewährt:</p> <div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-right: 10px;"> <math>A_{(m,n)}</math>  <math>m</math> Zeilen  <math>n</math> Spalten         </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-right: 10px;"> <math>B_{(n,q)}</math>  <math>n</math> Zeilen  <math>q</math> Spalten         </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-right: 10px;"> <math>\begin{matrix} b_{11} &amp; b_{12} &amp; \dots &amp; b_{1k} &amp; \dots &amp; b_{1q} \\ \dots &amp; \dots &amp; \dots &amp; \dots &amp; \dots &amp; \dots \\ b_{n1} &amp; b_{n2} &amp; \dots &amp; b_{nk} &amp; \dots &amp; b_{nq} \end{matrix}</math> </div> </div> <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 10px;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-right: 10px;"> <math>\begin{matrix} a_{11} &amp; a_{12} &amp; \dots &amp; a_{1n} \\ \dots &amp; \dots &amp; \dots &amp; \dots \\ a_{i1} &amp; a_{i2} &amp; \dots &amp; a_{in} \\ \dots &amp; \dots &amp; \dots &amp; \dots \\ a_{m1} &amp; a_{m2} &amp; \dots &amp; a_{mn} \end{matrix}</math> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-right: 10px;"> <math>\begin{matrix} c_{11} &amp; c_{12} &amp; \dots &amp; c_{1k} &amp; \dots &amp; c_{1q} \\ \dots &amp; \dots &amp; \dots &amp; \dots &amp; \dots &amp; \dots \\ c_{i1} &amp; c_{i2} &amp; \dots &amp; c_{ik} = \sum_{j=1}^n a_{ij} b_{jk} &amp; \dots &amp; c_{iq} \\ \dots &amp; \dots &amp; \dots &amp; \dots &amp; \dots &amp; \dots \\ c_{m1} &amp; c_{m2} &amp; \dots &amp; c_{mk} &amp; \dots &amp; c_{mq} \end{matrix}</math> </div> <div style="margin-left: 20px;"> <math>A_{(m,n)} \cdot B_{(n,q)}</math> </div> </div>



# Informatik

## Datendarstellung

### Einheiten

Bit	Das Bit ist die Einheit für die Datendarstellung im Computer. Zustand: 0 oder 1 (in der Technik: 0 – kein Strom = Low [L]; 1 – Strom = High [H])
Byte	Ein Byte ist die Zusammenfassung von 8 Bit zur Darstellung eines Zeichens im Computer. Aus den 8-Bitstellen ergeben sich 256 Kombinationsmöglichkeiten der Zeichendarstellung. weitere Einheiten: 1 KByte = $2^{10}$ Byte = 1 024 Byte (1 024 Computerzeichen) 1 MByte = $2^{20}$ Byte = 1 048 576 Byte (1 048 576 Computerzeichen) 1 GByte = $2^{30}$ Byte = 1 073 741 824 Byte (1 073 741 824 Computerzeichen)
Baud	Ein Baud ist die Einheit der Signalrate, mit der Daten übertragen werden. Sie gibt die Anzahl der Pegelwechsel pro Zeiteinheit an. 1 Baud = Modulationsrate/Sekunde; 1 Bd = $s^{-1}$
bps	bps ist die Einheit für die Übertragungsgeschwindigkeit von Daten. Sie wird in Bit pro Zeiteinheit gemessen. Einheit: Bit/s ( Bit pro Sekunde) oder Byte/s (Byte pro Sekunde)

### Datentypen (Auswahl)

Datentyp	Beschreibung	Wertebereich (Visual-BASIC 6.0)
Boolean (Logik)	speichert logische Werte	true or false (wahr oder falsch)
Char (Zeichen)	speichert einzelne Zeichen (Ziffern, Buchstaben, ...)	Zeichen des ASCII- oder Ansi-Codes
Currency (Währung)	speichert Festkommazahlen mit hoher Rundungsgenauigkeit (15 Vorkommastellen und 4 Nachkommastellen)	- 922 337 203 685 477, 5808 bis 922 337 203 685 477, 5807
Date (Datum, Zeit)	speichert eine Kombination von Datums- und Zeitinformationen als Fließkommazahl	Datum: 01.01.100 bis 31.12.9999 Zeit: 00:00:00 bis 23:59:59
Double (doppelt)	speichert eine Zahl mit Fließkomma und doppelter Genauigkeit	für negative Werte: $-1,8 \cdot 10^{308}$ bis $-4,9 \cdot 10^{-324}$ für positive Werte: $4,9 \cdot 10^{-324}$ bis $1,8 \cdot 10^{308}$
Integer (ganz)	speichert ganze Zahlen	ganze Zahlen von -32 768 bis 32 767
String (Zeichenfolge)	speichert eine endliche Aneinanderreihung von Zeichen (Zeichenfolge)	0 bis 2 Milliarden Zeichen

Zahlensysteme (Dezimalzahlen, Dualzahlen, Hexadezimalzahlen) ↗ S. 10

Umrechnungstafel Dezimalzahlen, Hexadezimalzahlen, Dualzahlen ↗ S. 11

# Algorithmik

## Algorithmusbegriff

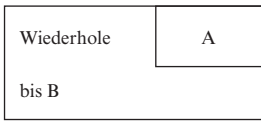
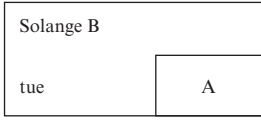
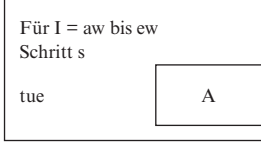
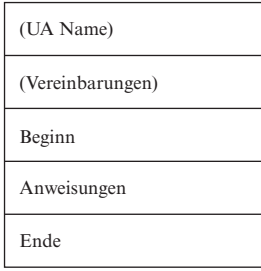

Ein Algorithmus ist ein eindeutiges Verfahren zur Lösung von gleichen Problemen einer Klasse. Er wird durch einen aus elementaren Anweisungen bestehenden Text beschrieben.

Eigenschaft	Erläuterung
Allgemeingültigkeit	Die Anweisungen besitzen Gültigkeit für die Lösung einer ganzen Problemklasse, nicht nur für ein Einzelproblem.
Ausführbarkeit	Die Anweisungen müssen verständlich formuliert und ausführbar sein.
Endlichkeit	Die Beschreibung der Anweisungsfolge muss in einem endlichen Text möglich sein.
Eindeutigkeit	An jeder Stelle muss der Ablauf der Anweisungen eindeutig sein.
Terminiertheit	Nach endlich vielen Schritten liefert die Anweisungsfolge eine Lösung des Problems.

## Strukturelemente der Algorithmierung in verschiedenen Darstellungsformen

Name	Verbal formuliert	Grafisch (Strukturprogramm)	Programmiersprache (PASCAL)						
Sequenz (Verbundanweisung)									
Folge	Anweisung 1 Anweisung 2 ... Anweisung n	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td>Anweisung 1</td></tr> <tr><td>Anweisung 2</td></tr> <tr><td>...</td></tr> <tr><td>Anweisung n</td></tr> </table>	Anweisung 1	Anweisung 2	...	Anweisung n	<pre>BEGIN Anweisung 1; Anweisung 2; ... Anweisung n; END.</pre>		
Anweisung 1									
Anweisung 2									
...									
Anweisung n									
Selektion (Alternativen)									
Einseitige Auswahl	WENN Bedingung DANN Anweisung	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td colspan="2">B</td></tr> <tr><td>ja</td><td>nein</td></tr> <tr><td>A</td><td>-</td></tr> </table>	B		ja	nein	A	-	IF Bedingung THEN Anweisung;
B									
ja	nein								
A	-								
Zweiseitige Auswahl	WENN Bedingung DANN Anweisung 1 SONST Anweisung 2	<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr><td colspan="2">B</td></tr> <tr><td>ja</td><td>nein</td></tr> <tr><td>A1</td><td>A2</td></tr> </table>	B		ja	nein	A1	A2	IF Bedingung THEN Anweisung 1 ELSE Anweisung 2;
B									
ja	nein								
A1	A2								

A = Anweisung; B = Bedingung; I = Variable; aw = Anfangswert; ew = Endwert; s = Schrittweise

Name	Verbal formuliert	Grafisch (Strukturprogramm)	Programmiersprache (PASCAL)
Repetition (Schleifen)			
Wiederholschleife (mit nachgestellter Bedingung)	WIEDERHOLE Anweisung 1 ... Anweisung n BIS Bedingung		REPEAT Anweisung 1; ... Anweisung n; UNTIL Bedingung;
Solangeschleife (mit vorangestellter Bedingung)	SOLANGE Bedingung TUE Anweisung		WHILE Bedingung DO Anweisung oder Verbund;
Zählschleife (gezählte Wiederholungen in Abhängigkeit einer Schrittweite)	FÜR I = aw BIS ew SCHRITT s TUE Anweisung		FOR I := Anfangswert TO Endwert STEP s DO Anweisung oder Verbund;
Unteralgorithmus (Prozedur)			
Vereinbarung	(UNTERALGO Name) (DEKLARATIONEN) BEGINN Anweisungen ENDE		PROCEDURE Bezeichner Deklarationsteil; BEGIN Anweisungen END.
Aufruf	RUFE		Prozedurbezeichner



**Programmiermethodik (-technik)**

Strukturiertes Programmieren	Modulares Programmieren	Objektorientiertes Programmieren
Blockkonzept, mit dessen Hilfe eine Hierarchie von Algorithmen (Prozeduren oder Funktionen) aufgebaut wird. Jeder Teilalgorithmus enthält wiederum eigene Hilfsalgorithmen, bei denen alle Kontrollstrukturen (Sequenz, Alternativen, ...) nur mit einem Eingang und einem Ausgang versehen werden. Auf dieser Basis ergibt sich eine strukturierte Programmiermethodik, die keine unübersichtlichen Programmverzweigungen, durch zusätzliche Sprünge, enthält.	Zerlegungskonzept, mit dessen Hilfe große (Programmier-)Projekte in sinnvolle Teile (Module oder units) zerlegt werden, die dann unabhängig voneinander programmiert und getestet werden können.	Modellierungskonzept, mit dessen Hilfe die reale Welt über Objekte beschrieben wird. Auf der programmtechnischen Ebene umfassen Objekte einen Zustand (Daten) und eine Menge von Operationen (Methoden). Der Zustand eines Objektes wird durch eine Datenstruktur beschrieben, die gekapselt ist und durch die Ausführung einer Methode verändert werden kann. Die Kapselung bezeichnet die Zusammenfassung von Daten und Unterprogrammen.

## Cascading Style Sheet (CSS)

Allgemeine Syntax: Selektor {Eigenschaft : Wert;}      Beispiel: h1 {color : red;}

Selektoren kennzeichnen die jeweilige Anweisung. Sie können als *HTML-Selektor* (z. B. h1), als *Klassen-selektor* (. Klassenname) oder als *ID-Selektor* (#IDName) angegeben werden.

Eigenschaften geben an was definiert werden soll. Werte werden den Eigenschaften zugewiesen.

Eigenschaften und Werte werden zusammen als **Deklaration** bezeichnet. Diese wird in "{...}" gesetzt und durch ein ";" abgeschlossen.

### Einbindung von CSS-Anweisungen

Extern	Formate können in einer separaten Textdatei (formate.css) definiert werden, diese gelten dann für alle HTML-Dateien, die auf diese CSS-Datei verweisen. Änderungen in der CSS-Datei wirken sich auf alle eingebundenen HTML-Dateien aus.	<pre>&lt;html&gt; &lt;head&gt;&lt;title&gt;...&lt;/title&gt; &lt;link rel="stylesheet" type="text/css" href="formate.css"&gt; &lt;/head&gt; &lt;body&gt; &lt;/body&gt; &lt;/html&gt;</pre>
Head	Formate werden im Abschnitt head definiert. Diese Formate sind nur für diese eine HTML-Datei gültig.	<pre>&lt;html&gt; &lt;head&gt;&lt;title&gt;...&lt;/title&gt; &lt;style&gt;h1 {font-size: 12pt; color: blue; font-family: arial;} &lt;/style&gt; &lt;/head&gt; &lt;body&gt; &lt;/body&gt; &lt;/html&gt;</pre>
Inline	Format wird nur für ein einzelnes HTML-tag definiert. Es gilt damit für das betreffende tag an dieser Position.	<pre>&lt;h1 style="text-indent: 12pt;"</pre>

### CSS-Referenzen (Auswahl)

	Eigenschaft	Wert (Beispiel)	Beschreibung
Schrift/Text	font-family font-style font-size text-align	Arial italic 44pt right	Legt die Schriftart fest. Legt den Schriftstil fest. Legt die Schriftgröße fest. Legt die Ausrichtung des Textes fest.
Farben	color background-color	red blue	Legt die Vordergrundfarbe fest. Legt die Hintergrundfarbe fest.
Abstand/ Rand	margin margin-left margin-top	12pt 10pt 20pt	Legt Abstand für alle Seiten eines Elements fest. Legt Abstand nach links fest. Legt Abstand nach oben fest.
Rahmen	border border-style	thin outset	Legt Aussehen eines Rahmens fest. Legt den Rahmenstyp fest.
Sound	cue play-during voice-family	url(audio.wav) url(audio.wav) child	Legt Sound vor und nach einem Element fest. Legt Hintergrund-Sound fest. Legt Sprachausgabe (female, male und child) fest.

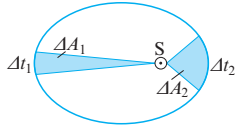
# Formeln

## Grundlegende Größen

Fluchtgeschwindigkeit $v$ eines Sternsystems (Gesetz von Hubble)	$v = H \cdot r$	$H$ Hubble-Konstante $r$ Entfernung des Sternsystems
Zusammenhang zwischen scheinbarer Helligkeit, absoluter Helligkeit und Entfernung eines Sterns	$m - M = 5 \cdot \lg r - 5$	$m$ scheinbare Helligkeit $M$ absolute Helligkeit $r$ Entfernung des Sterns in pc
Leuchtkraft $L$	$L = \frac{E}{t}$	$E$ ausgestrahlte Energie $t$ Zeit
Zusammenhang zwischen Parallaxe und Entfernung eines Sterns	$r = \frac{1}{p}$	$r$ Entfernung des Sterns in pc $p$ Parallaxe in Bogensekunden



## Die Kepler'schen Gesetze


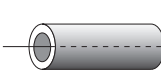
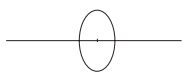
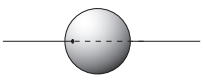
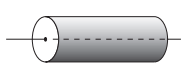
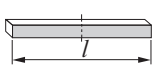
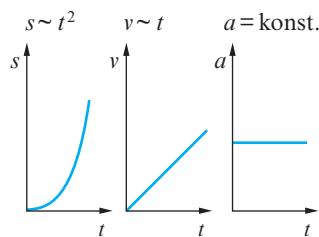
Erstes Kepler'sches Gesetz	Alle Planeten bewegen sich auf Ellipsenbahnen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht.	$A$ vom Leitstrahl überstrichene Fläche $t$ erforderliche Zeit
Zweites Kepler'sches Gesetz	$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \text{konst.}; \quad \frac{\Delta A_1}{\Delta t_1} = \frac{\Delta A_2}{\Delta t_2}$	
Drittes Kepler'sches Gesetz	$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$	
Numerische Exzentrizität $\varepsilon$ (für Ellipse)	$\varepsilon = \frac{e}{a}$	$T$ Umlaufzeit $a$ große Halbachse der Planetenbahn $e$ lineare Exzentrizität

## Das Gravitationsgesetz

Gravitationsgesetz, Gravitationskraft $F$	$F = \gamma \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$	$\gamma$ Gravitationskonstante $m_1, m_2$ Massen der Körper $r$ Abstand der beiden Massenmittelpunkte
---	--	---

## Kosmische Geschwindigkeiten

1. kosmische Geschwindigkeit (Kreisbahn an der Erdoberfläche)	$v_K = \sqrt{\gamma \frac{m_E}{r_E}} = 7,9 \text{ km/s}$	$\gamma$ Gravitationskonstante $m_E$ Masse der Erde $r_E$ Radius der Erde $v_{P1}$ Parabelgeschwindigkeit für die Erde 11,2 km/s $v_{P2}$ 12,4 km/s
2. kosmische Geschwindigkeit (Fluchtgeschwindigkeit aus dem Gravitationsfeld der Erde)	$v_P = \sqrt{2\gamma \frac{m_E}{r_E}} = 11,2 \text{ km/s}$	
3. kosmische Geschwindigkeit (Hyperbel, Fluchtgeschwindigkeit aus dem Gravitationsfeld der Sonne)	$v_H = \sqrt{v_{P1}^2 + v_{P2}^2} = 16,7 \text{ km/s}$	

Gleichgewichtsbedingung			
für einen Massenpunkt $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$ $\vec{F}_i$ Kräfte		für einen drehbaren starren Körper $\sum_{i=1}^n \vec{M}_i = 0$ und $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0$ $\vec{M}_i$ Drehmomente	
Grundgesetze der Dynamik			
Für die Translation		Für die Rotation	
$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$	$F$ Kraft $m$ Masse $a$ Beschleunigung	$\vec{M} = J \cdot \vec{\alpha}$	$M$ Drehmoment $J$ Trägheitsmoment $\alpha$ Winkelbeschleunigung
Rotation eines starren Körpers			
Drehmoment $M$		Trägheitsmoment $J$	Drehimpuls $L$
$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$	$F$ Kraft $r$ Radius	$J = \int r^2 dm$ $r$ Radius $m$ Masse	$\vec{L} = J \cdot \vec{\omega}$ $J$ Trägheitsmoment $\omega$ Winkelgeschwindigkeit
Unter der Bedingung $\vec{r} \perp \vec{F}$ gilt: $M = F \cdot r$			
Körper	Trägheitsmoment	Körper	Trägheitsmoment
Massenpunkt	 $J = m \cdot r^2$	Hohlzylinder	 $J = \frac{1}{2} m \cdot (r_a^2 + r_i^2)$
Dünner Kreisring	 $J = m \cdot r^2$	Kugel	 $J = \frac{2}{5} m \cdot r^2$
Vollzylinder	 $J = \frac{1}{2} m \cdot r^2$	Langer dünner Stab	 $J = \frac{1}{12} m \cdot l^2$
Bewegungsgesetze der Translation			
Gleichförmige geradlinige Bewegung	$s = v \cdot t + s_0; v = \frac{\Delta s}{\Delta t}; a = 0$	<ul style="list-style-type: none"> <li><math>s</math> Weg</li> <li><math>v</math> Geschwindigkeit</li> <li><math>t</math> Zeit</li> <li><math>s_0</math> Anfangsweg bei <math>t = 0</math></li> <li><math>a</math> Beschleunigung</li> <li><math>v_0</math> Anfangsgeschwindigkeit bei <math>t = 0</math></li> </ul>	
Gleichmäßig beschleunigte geradlinige Bewegung	$s = \frac{a}{2} \cdot t^2 + v_0 \cdot t + s_0$ $v = a \cdot t + v_0; a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \text{konst.}$ Bei der Bedingung $s_0 = 0$ und $v_0 = 0$ gilt: $s = \frac{a}{2} \cdot t^2; v = a \cdot t; v = \sqrt{2a \cdot s}; a = \frac{v}{t}$ Für den freien Fall gilt: $s = \frac{g}{2} \cdot t^2; v = g \cdot t; v = \sqrt{2g \cdot s}$	$s \sim t^2$ $v \sim t$ $a = \text{konst.}$ 	

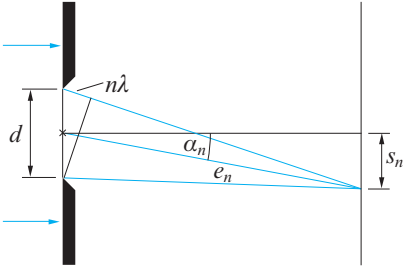
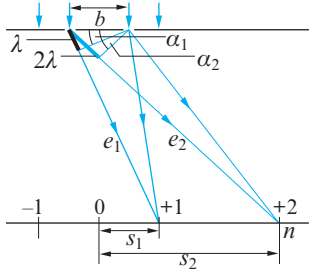
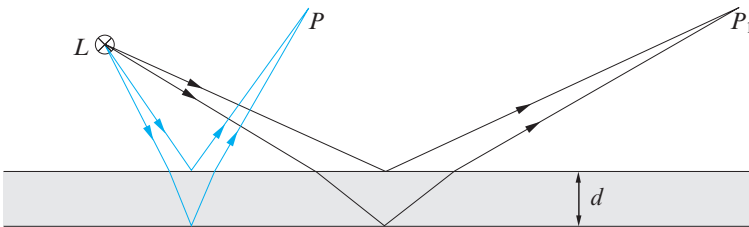


## Schaltzeichen

Symbol	Bedeutung	Symbol	Bedeutung	Symbol	Bedeutung
	Leiter, Leitung, Stromweg		Relais mit Schließkontakt		Fotoelement, Fotozelle
	Abzweig von 2 Leitern		Widerstand, allgemein		Diode, lichtempfindlich Fotodiode
	Doppelabzweig von Leitern		Widerstand mit Schleifkontakt, Potenziometer		Leuchtdiode, allgemein
	Erde, allgemein Verbindung mit der Erde		Widerstand mit Schleifkontakt, einstellbar		Oszilloskop
	Masse, Gehäuse		Widerstand, veränderbar, allgemein		Glühlampe
	Anschluss (z. B. Buchse)		Fotowiderstand		Glimmlampe
	Verbindung von Leitern		Heizelement		Lautsprecher, allgemein
	Buchse, Pol einer Steckdose		Kondensator, allgemein		Mikrofon, allgemein
	Stecker, Pol eines Steckers		Kondensator, gepolt		Hörer, allgemein
	Buchse und Stecker Steckverbindung		Spule, Wicklung		Generator, nicht umlaufend
	elektrische Energiequelle, allgemein		Spule mit Eisenkern		Generator
	Primärzelle, Akkumulatorenbatterie		Transformator mit zwei Wicklungen		Elektromotor
	Batterie von Primärelementen, Akkumulatorenbatterie		Transformator, veränderbare Kopplung		Gleichstrommotor
	Sicherung, allgemein		Transformator mit Mittelanzapfung an einer Wicklung		Thermoelement
	Schließer, Schalter, allgemein		Antenne, allgemein		Messgerät, anzeigend, allgemein, ohne Kennzeichnung der Messgröße
	Öffner		Halbleiterdiode		Strommessgerät, anzeigend
	Wechsler mit Unterbrechung		npn-Transistor, bei dem der Kollektor mit dem Gehäuse verbunden ist		Spannungsmessgerät, anzeigend
	Zweiwegschließer mit Mittelstellung „Aus“				Leistungsmessgerät, anzeigend
					Galvanometer



Wellenoptik

<p>Ausbreitungsgeschwindigkeit einer Lichtwelle</p>	$c = \lambda \cdot f$	$\lambda$ Wellenlänge $f$ Frequenz
<p>Interferenz am Einzelspalt          – für Maxima           – für Minima</p>	$\frac{2n+1}{2d} \lambda \approx \sin \alpha_n = \frac{s_n}{e_n}$ $\frac{n \cdot \lambda}{d} = \sin \alpha_n = \frac{s_n}{e_n}$	
<p>Interferenz am Doppelspalt          – für Maxima           – für Minima</p>	$\frac{n \cdot \lambda}{b} = \sin \alpha_n = \frac{s_n}{e_n}$ $\frac{2n+1}{2b} \cdot \lambda \approx \sin \alpha_n = \frac{s_n}{e_n}$ 	$d$ Spaltbreite $\lambda$ Wellenlänge $s_n$ Abstand zwischen dem $n$ -ten jeweiligen Maximum/Minimum und dem Maximum 0-ter Ordnung $e_n$ Abstand zwischen dem $n$ -ten Interferenzstreifen und dem Doppelspalt bzw. dem Gitter $b$ Abstand der Spalte (Gitterkonstante)  $(n = 1, 2, 3, \dots)$
<p>Interferenz am Gitter für Hauptmaxima</p>	$\frac{n \cdot \lambda}{b} = \sin \alpha_n = \frac{s_n}{e_n}$	
<p>Interferenz an dünnen Schichten (reflektiertes Licht)</p>	$d_A = \frac{2m}{n} \cdot \frac{\lambda}{4}$ $d_V = \frac{2m+1}{n} \cdot \frac{\lambda}{4}$	$d_A$ Schichtdicke bei Auslöschung $d_V$ Schichtdicke bei Verstärkung $n$ Brechzahl der Schicht $\lambda$ Wellenlänge im Stoff  $(m = 0, 1, 2, \dots)$ 
<p>Brewster'sches Gesetz (Lichtwellen)</p>	$\tan \alpha_p = \frac{n_2}{n_1}$	$\alpha_p$ Polarisationswinkel $n_1, n_2$ Brechzahlen der Medien 1 und 2
<p>Doppler-Effekt für Licht (bewegter Sender, ruhender Empfänger)</p>	$f' = f \cdot \frac{\sqrt{1 \pm \frac{v}{c}}}{\sqrt{1 \mp \frac{v}{c}}}$	$f'$ vom Empfänger gemessene Frequenz $f$ Frequenz des Senders $v$ Relativgeschwindigkeit zwischen Sender und Empfänger $c$ Lichtgeschwindigkeit



# Chemie

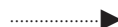
## Übersichten zur Chemie

### Chemische Elemente

Die Werte in eckigen Klammern geben die Atommassen der längstlebigen zurzeit bekannten Atomart des betreffenden Elements an.

Die Massenzahlen der Elemente sind nach der Häufigkeit der natürlich vorkommenden Isotope geordnet.

Element	Sym- bol	Ord- nungs- zahl	Atommasse in u (gerundet)	Massenzahlen natürlicher Isotope	Oxidationszahlen (häufig auftretende)	Elektro- negativi- tätswert
Actinium	Ac	89	227	227; 228	+3	1,1
Aluminium	Al	13	27	27	+3	1,5
Americium	Am	95	[243]		+3	1,3
Antimon	Sb	51	122	121; 123	+3; +5; -3	1,9
Argon	Ar	18	40	40; 36; 38	±0	
Arsen	As	33	75	75	+3; +5; -3	2,0
Astat	At	85	[210]	215; 216; 218	-1	2,2
Barium	Ba	56	137	138; 137; 136; 135; 134; 130; 132	+2	0,9
Berkelium	Bk	97	[247]		+3	1,3
Beryllium	Be	4	9	9	+2	1,5
Bismut	Bi	83	209	209	+3; -3	1,9
Blei	Pb	82	207	208; 206; 207; 204	+2; +4	1,8
Bor	B	5	11	11; 10	+3	2,0
Brom	Br	35	80	79; 81	+1; +5; -1	2,8
Cadmium	Cd	48	112,5	114; 112; 111; 110; 113; 116; 106; 108	+2	1,7
Caesium	Cs	55	113	133	+1	0,7
Calcium	Ca	20	40	40; 44; 42; 48; 43; 46	+2	1,0
Californium	Cf	98	[251]		+3	1,3
Cer	Ce	58	140	140; 142; 138; 136	+3	1,1
Chlor	Cl	17	35,5	35; 37	+1; +3; +5; +7; -1	3,0
Chrom	Cr	24	52	52; 53; 50; 54	+2; +3; +6	1,6
Cobalt	Co	27	59	59	+2; +3	1,8
Curium	Cm	96	[247]		+3	1,3
Dysprosium	Dy	66	162,5	164; 162; 163; 161; 160; 158; 156	+3	1,2
Einsteinium	Es	99	[252]			1,3
Eisen	Fe	26	56	56; 54; 57; 58	+2; +3; +6	1,8
Erbium	Er	68	167	166; 168; 167; 170; 164; 162	+3	1,2
Europium	Eu	63	152	153; 151	+3	1,2
Fermium	Fm	100	[257]			1,3
Fluor	F	9	19	19	-1	4,0
Francium	Fr	87	[223]	223	+1	0,7
Gadolinium	Gd	64	157	158; 160; 156; 157; 155; 154; 152	+3	1,1



Säurekonstanten  $K_S$  und Basekonstanten  $K_B$  bei 22 °C

Säurestärke	$K_S$ in $\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$	$\text{p}K_S$	Formel der Säure	Formel der korrespondierenden Base	$\text{p}K_B$	$K_B$ in $\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$	Basestärke
	$1,0 \cdot 10^{11}$	-11	HI	$\text{I}^-$	25	$1,0 \cdot 10^{-25}$	
	$1,0 \cdot 10^{10}$	-10	$\text{HClO}_4$	$\text{ClO}_4^-$	24	$1,0 \cdot 10^{-24}$	
	$1,0 \cdot 10^9$	-9	HBr	$\text{Br}^-$	23	$1,0 \cdot 10^{-23}$	
	$1,0 \cdot 10^7$	7	HCl	$\text{Cl}^-$	21	$1,0 \cdot 10^{-21}$	
	$1,0 \cdot 10^3$	-3	$\text{H}_2\text{SO}_4$	$\text{HSO}_4^-$	17	$1,0 \cdot 10^{-17}$	
	55,5	-1,74	$\text{H}_3\text{O}^+$	$\text{H}_2\text{O}$	15,74	$1,8 \cdot 10^{-16}$	
	$2,1 \cdot 10^1$	-1,32	$\text{HNO}_3$	$\text{NO}_3^-$	15,32	$4,8 \cdot 10^{-16}$	
	$6,6 \cdot 10^{-1}$	0,18	$[(\text{NH}_2)\text{CO}(\text{NH}_3)]^+$	$\text{CO}(\text{NH}_2)_2$	13,82	$1,5 \cdot 10^{-14}$	
	$5,6 \cdot 10^{-2}$	1,25	$\text{HOOC}-\text{COOH}$	$\text{HOOC}-\text{COO}^-$	12,75	$1,77 \cdot 10^{-13}$	
	$1,5 \cdot 10^{-2}$	1,81	$\text{H}_2\text{SO}_3$	$\text{HSO}_3^-$	12,19	$6,5 \cdot 10^{-13}$	
	$1,2 \cdot 10^{-2}$	1,92	$\text{HSO}_4^-$	$\text{SO}_4^{2-}$	12,08	$8,3 \cdot 10^{-13}$	
	$7,5 \cdot 10^{-3}$	2,12	$\text{H}_3\text{PO}_4$	$\text{H}_2\text{PO}_4^-$	11,88	$1,3 \cdot 10^{-12}$	
	$6,0 \cdot 10^{-3}$	2,22	$[\text{Fe}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$	$[\text{Fe}(\text{OH})(\text{H}_2\text{O})_5]^{2+}$	11,78	$1,7 \cdot 10^{-12}$	
	$7,2 \cdot 10^{-4}$	3,14	HF	$\text{F}^-$	10,86	$1,4 \cdot 10^{-11}$	
	$4,5 \cdot 10^{-4}$	3,35	$\text{HNO}_2$	$\text{NO}_2^-$	10,65	$2,2 \cdot 10^{-11}$	
	$1,8 \cdot 10^{-4}$	3,75	$\text{HCOOH}$	$\text{HCOO}^-$	10,25	$5,6 \cdot 10^{-11}$	
	$2,6 \cdot 10^{-5}$	4,58	$\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_3^+$	$\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2$	9,42	$3,8 \cdot 10^{-10}$	
	$1,8 \cdot 10^{-5}$	4,75	$\text{CH}_3\text{COOH}$	$\text{CH}_3\text{COO}^-$	9,25	$5,6 \cdot 10^{-10}$	
	$1,4 \cdot 10^{-5}$	4,85	$[\text{Al}(\text{H}_2\text{O})_6]^{3+}$	$[\text{Al}(\text{OH})(\text{H}_2\text{O})_5]^{2+}$	9,15	$7,1 \cdot 10^{-10}$	
	$3,0 \cdot 10^{-7}$	6,52	$\text{H}_2\text{CO}_3$	$\text{HCO}_3^-$	7,48	$3,3 \cdot 10^{-8}$	
	$1,2 \cdot 10^{-7}$	6,92	$\text{H}_2\text{S}$	$\text{HS}^-$	7,08	$8,3 \cdot 10^{-8}$	
	$9,1 \cdot 10^{-8}$	7,04	$\text{HSO}_3^-$	$\text{SO}_3^{2-}$	6,96	$1,1 \cdot 10^{-7}$	
	$6,2 \cdot 10^{-8}$	7,20	$\text{H}_2\text{PO}_4^-$	$\text{HPO}_4^{2-}$	6,80	$1,6 \cdot 10^{-7}$	
	$5,6 \cdot 10^{-10}$	9,25	$\text{NH}_4^+$	$\text{NH}_3$	4,75	$1,8 \cdot 10^{-5}$	
	$4,0 \cdot 10^{-10}$	9,40	HCN	$\text{CN}^-$	4,60	$2,5 \cdot 10^{-5}$	
	$2,5 \cdot 10^{-10}$	9,60	$[\text{Zn}(\text{H}_2\text{O})_6]^{2+}$	$[\text{Zn}(\text{OH})(\text{H}_2\text{O})_5]^+$	4,40	$4,0 \cdot 10^{-5}$	
	$1,3 \cdot 10^{-10}$	9,89	$\text{C}_6\text{H}_5\text{OH}$	$\text{C}_6\text{H}_5\text{O}^-$	4,11	$7,8 \cdot 10^{-5}$	
	$4,0 \cdot 10^{-11}$	10,40	$\text{HCO}_3^-$	$\text{CO}_3^{2-}$	3,60	$2,5 \cdot 10^{-4}$	
	$4,4 \cdot 10^{-13}$	12,36	$\text{HPO}_4^{2-}$	$\text{PO}_4^{3-}$	1,64	$2,3 \cdot 10^{-2}$	
	$1,0 \cdot 10^{-13}$	13,00	$\text{HS}^-$	$\text{S}^{2-}$	1,00	$1,0 \cdot 10^{-1}$	
	$1,8 \cdot 10^{-16}$	15,74	$\text{H}_2\text{O}$	$\text{OH}^-$	-1,74	55,5	
	$1,0 \cdot 10^{-23}$	23	$\text{NH}_3$	$\text{NH}_2^-$	-9	$1,0 \cdot 10^9$	
	$1,0 \cdot 10^{-24}$	24	$\text{OH}^-$	$\text{O}^{2-}$	-10	$1,0 \cdot 10^{10}$	

Kryoskopische und ebullioskopische Konstanten  $k_G$  und  $k_S$  von Lösemitteln

Lösemittel	Schmelztemperatur $\vartheta_S$ in °C	$k_G$ in $\text{K} \cdot \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$	Siedetemperatur $\vartheta_V$ in °C	$k_S$ in $\text{K} \cdot \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}$
Wasser	0	1,86	100	0,515
Benzol	5,5	5,12	80,1	2,53
Cyclohexan	6,5	20,2	80,8	2,79
Campher	179,5	40,4		
Essigsäure	16,6	3,9	118,1	3,07
Ethanol	-114,2	7,3	78,8	1,20

# Genetik und Evolution

## Chromosomensätze von Lebewesen

Art	Chromosomenanzahl eines diploiden Chromosomensatzes	Art	Chromosomenanzahl eines diploiden Chromosomensatzes
Tiere		Pflanzen	
Stechmücke	6	Champignon	8
Drosophila	8	Erbse	14
Stubenfliege	12	Gerste	14
Hecht	18	Walderdbeere	14
Riesenkänguru	22	Heidekraut	16
Feuersalamander	24	Frauenschuh	20
Laubfrosch	24	Mais	20
Regenwurm	32	Fichte	24
Kreuzotter	36	Ginkgo	24
Hauskatze	38	Kiefer	24
Schwein	38	Stieleiche	24
Hausspinne	43	Erle	28
Mensch	46	Kokosnuss	32
Schimpanse	48	Raps	38
Weinbergschnecke	54	Kürbis	40
Pferd	64	Pflaume	48
Reiher	68	Kirsche	16, 24, 32, 64
Haushuhn	78	Birke	84
Hund	78	Birne	34, 51, 68, 85
Kanarienvogel	80	Adlerfarn	104
Taube	80	Behaarte Segge	112
Goldfisch	94	Augentierchen	ca. 200
Karpfen	104	Schachtelhalm	216
Neunauge	174	Natternzunge	480

## Genetischer Code

„Code – Sonne“  
Schemadarstellung  
des genetischen Codes

- ▶ Start
- ▷ Start (selten)
- Stopp

\* Redundanz erweitert



**DNA- und RNA-Gehalt verschiedener Zellen des Menschen** (verändert nach Flindt 1995)

Zelle	DNA in $\frac{\text{pg}^*}{\text{Zelle}}$	RNA in $\frac{\text{pg}^*}{\text{Zelle}}$	Zelle	DNA in $\frac{\text{pg}^*}{\text{Zelle}}$	RNA in $\frac{\text{pg}^*}{\text{Zelle}}$
Knochenmark	0,87	0,69	Leber	1,0	2,48
Gehirn	0,68	2,63	Leukozyten	0,73	0,25
Niere	0,83	1,10	Spermien	0,31	0,24

\* pg: Picogramm; 1 pg =  $10^{-12}$  g**Mutationsrate**

Berechnung der Mutationsrate $M_r$ (nach Nachtsheim)	$M_r = \frac{N_N}{2N_I}$	$N_N$ Anzahl der Neumutanten $N_I$ Gesamtanzahl der betrachteten Individuen
---	--------------------------	--

**Populationsgenetik**

Hardy-Weinberg-Gesetz	Für die Ausgangspopulation gilt: $p + q = 1$	$p, q$ Häufigkeit dominanter und rezessiver Allele
	Für die Folgepopulation gilt: $p^2 + 2pq + q^2 = 1$ $d + h + r = 1$ $p = d + 0,5h$ $q = 0,5h + r$	Genotyphäufigkeit: $p$ homozygot dominant $h$ heterozygot $r$ homozygot rezessiv
Bedingung: Das Gesetz gilt unter den Annahmen, dass <ul style="list-style-type: none"> <li>– keine Mutationen auftreten,</li> <li>– unendlich große Population vorhanden ist,</li> <li>– die Individuen der Population sich beliebig paaren können (vollständige Panmixie),</li> <li>– keine Selektion stattfindet,</li> <li>– kein Genfluss auftritt.</li> </ul>		

**Evolution**

Individualfitness $W$	$W = \frac{N_I}{N_{\max}}$ Für den besten Genotyp gilt: $W = 1$ .	$N_I$ Genotyphäufigkeit des betrachteten Genotyps $N_{\max}$ Nachkommenschaft des besten Genotyps
Mittlere Populationsfitness $\bar{W}$	$\bar{W} = \frac{f_1 \cdot W_1 + f_2 \cdot W_2 + \dots + f_n \cdot W_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$	$W_1, W_2$ Individualfitness der Genotypen 1 und 2 $f_1, f_2$ Häufigkeit der Genotypen 1 und 2
Genetische Last $L$ (Genetische Bürde)	$L = \frac{W_{\max} - \bar{W}}{W_{\max}}$	$W_{\max}$ Fitness des besten Genotyps  In jeder Population ist die durchschnittliche Fitness $\bar{W}$ geringer als die Fitness des besten Genotyps.
Selektionskoeffizient $S$	$S = 1 - W$	



## Entwicklung der Lebewesen im Verlauf der Erdgeschichte

Zeitalter	Epoche (Mio. Jahre)	Hauptgruppe	Entwicklung der Organismen	Erstmalig treten auf
Erdneuzeit	Quartär (2 bis heute)	Säugetiere und Vögel Bedecksamer	Pflanzen und Tiere der Eiszeiten; zunehmender Einfluss der Menschen auf Biotope der Erde	Australopithecinen, Homo habilis, Homo erectus, Homo sapiens
	Tertiär (65 bis 2)		Herausbildung von Pflanzen und Tieren ähnlich den rezenten Formen; Ausbreitung der Säugetiere	Rezente Insektengattungen und rezente Säugetierordnungen
Erdmittelalter	Kreide (135 bis 65)	Saurier Nacktsamer	Entstehung der Knochenfische; Entwicklung der Säugetiere; Entstehung der Blütenpflanzen	Erste Laubböhlen, echte Vögel
	Jura (195 bis 135)		Volle Entfaltung der Nadelbäume; Blütezeit der Saurier	Urvogel Archaeopteryx, rezente Gattung von Ginkgo
	Trias (225 bis 195)		Fast völliges Aussterben der Ammoniten; Riesenformen von Schachtelhalmen und Farnen	Saurier und erste kleine Säugetiere, Urschmetterlinge
Erdaltertum	Perm (280 bis 225)	erste Lurche Farne	Weiterentwicklung der Fische, Amphibien und Reptilien	Nadelbäume, Ginkgogewächse, Käfer
	Karbon (345 bis 280)		Blütezeit der Amphibien; Wälder aus Bärlappgewächsen, Schuppenbäumen und Farnen	Erste Reptilien, geflügelte Insekten, Süßwassermuscheln
	Devon (395 bis 345)	erste Fische	Besiedlung feuchter Lebensräume des Festlandes durch Farne, Moose und Schachtelhalme	Übergangsformen von Fischen zu Lurchen, erste Insekten
	Silur (430 bis 395)		Algen, Pilze und Flechten besiedeln das Land; Blütezeit der Wirbellosen	Panzerfische (mit Kiefer), Korallenriffe
	Ordovicium (500 bis 430)	Algen	Entfaltung der Artenzahl der Wirbellosen und Meeresalgen	Erste Fische (ohne Kiefer), Quallen und Weichtiere
	Kambrium (570 bis 500)		Erste vielzellige Tiere im Urozean; Blütezeit der Trilobiten	Algen, Trilobiten, Krebse, Schnecken, Steinkorallen, Stachelhäuter
	Praekambrium (4000 bis 570)	Wirbellose Urbakterien	Entstehung des Lebens; Entwicklung der Fotosynthese	Erste organische Moleküle, Urbakterien, algenartige Strukturen



# Ökologie

## Wachstumsgesetze

Geburtenrate $GR$	$GR = \frac{\Delta N_G}{\Delta t N}$	$N_G$ Anzahl der Geburten $N$ Gesamtzahl der betrachteten Individuen
Sterberate $SR$	$SR = \frac{\Delta N_T}{\Delta t N}$	$N_T$ Anzahl der Todesfälle $t$ Zeit
Zuwachsrate $r$	$r = GR - SR$	$K$ Faktor, der die Lebensraumkapazität angibt (maximale Populationsgröße)
Logistisches Wachstum	$\frac{dN}{dt} = r \cdot N \cdot \frac{K - N}{K}$	
Exponentielles Wachstum	$\frac{dN}{dt} = r \cdot N$ gültig für $N < K$	

## Bestimmen der Wasserqualität

Sauerstoffgehalt $\beta(O_2)$ in mg/l (nach Winkler)	$\beta(O_2) = \frac{a \cdot 0,08 \cdot 1000}{V - b}$	$V$ Volumen der Wasserpobe in ml $a$ Verbrauch an Natriumthiosulfatlösung in ml ( $c = 0,01$ mol/l) $b$ zugesetzte Reagenzienmenge in ml 1 000 Umrechnungsfaktor für einen Liter
Sauerstoffsättigung $S$	$S = \frac{\beta(O_2) \cdot 100\%}{\beta(O_2) S}$	$\beta(O_2)$ gemessener Sauerstoffgehalt der Frischprobe bei gemessener Temperatur $\beta(O_2) S$ theoretischer Sauerstoffsättigungswert bei der gemessenen Temperatur
Sauerstoffdefizit $\beta(O_2)_{Def}$	$\beta(O_2)_{Def} = \beta(O_2) - \beta(O_2) S$	
Saprobienindex $S_x$	$S_x = \frac{\sum_{i=1}^n h_i \cdot s_i \cdot g_i}{\sum_{i=1}^n h_i \cdot g_i}$ oder $S_x = \frac{(h_1 \cdot s_1 \cdot g_1) + (h_2 \cdot s_2 \cdot g_2) + \dots + (h_n \cdot s_n \cdot g_n)}{(h_1 \cdot g_1) + (h_2 \cdot g_2) + \dots + (h_n \cdot g_n)} \rightarrow$	$n$ Anzahl der untersuchten Organismenarten $h$ Ausgezählte Häufigkeit der Organismen einer Art $s$ Saprobienindex für die einzelne Art, gibt deren Optimum innerhalb der Saprobienstufen an $g$ Indikationsgewicht (1–5), gibt Eignung einer Art als Indikator für bestimmte Güteklassen an (Bindung an nur eine Güteklasse $g = 5$ ; Vorkommen in zwei oder mehr Güteklassen $g = 4, 3, 2, 1$ )

