

Einsatzmöglichkeiten im Unterricht

An folgenden Beispielen aus dem Bereich der Sekundarstufe I wird exemplarisch die Bandbreite der Einsatzmöglichkeiten vom Tafelwerk *interaktiv* demonstriert.

Auftrieb eines Ballons

Angenommen, der Webmaster Ihrer Schule hat den ehrgeizigen Wunsch, auf der Schul-Homepage ein Luftbild des Schulgebäudes zu platzieren. Im naturwissenschaftlichen Unterricht ist die Möglichkeit einer an einem Fesselballons befestigten digitalen Kamera besprochen worden. In der Sammlung befindet sich ein Ballon mit einem Durchmesser von 1 m. Kamera, Halterung, Ballonhülle und 20 m Drachenschnur zusammen haben eine Masse von 550 g. Wird die Luftaufnahme möglich sein?



Lösung mit dem Tafelwerk *interaktiv*

Mithilfe der **Suchfunktion** (Stichwortsuche in der Symbolleiste bzw. im rechten Fenster unter dem Karteireiter „Suche“) gleich nach dem Programmstart lässt man sich im rechten Fenster die Treffer zum Begriff „Auftrieb“ anzeigen.

Ein Klick auf die Zeile „Auftrieb“ in der Trefferliste führt zur benötigten Gesetzmäßigkeit.

Die gelbe Markierung der Begriffe „Auftriebskraft“ und „Archimedisches Prinzip“ deutet auf die Möglichkeit, sich durch Anklicken **zusätzliche Informationen** (hier jeweils eine Begriffsdefinition) zu verschaffen.

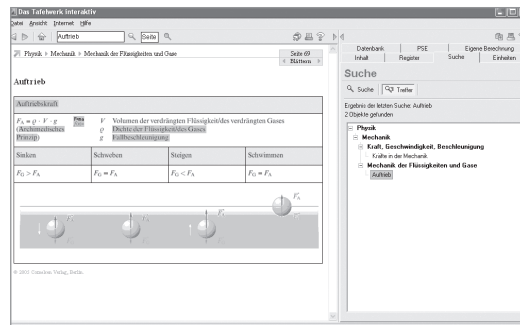
Durch Anklicken des Verweises „Dichte des Gases“ kann von der **Vernetzung der Inhalte** vorteilhaft Gebrauch gemacht werden.

Man gelangt direkt zur **naturwissenschaftlichen Datenbank**.

Dort erhalten die Schülerinnen und Schüler die Werte der Dichte von Luft sowie einer Reihe von Gasen, wie z.B. Helium und Wasserstoff.

Im **Informationstext** zum Wasserstoff, wie es ihn für jedes Element im **Periodensystem der Elemente** gibt, erfahren die Schülerinnen und Schüler etwas über die **Gefährlichkeit** von Wasserstoff-Luft-Gemischen, sodass für die weiteren Berechnungen nur noch Helium berücksichtigt wird.

Informationstexte können Sie über Anklicken eines Elements im PSE oder das Inhaltsverzeichnis unter **PSE > Elemente** oder das Register aufrufen.



Naturwissenschaftliche Datenbank

Tabellen | Stoffe

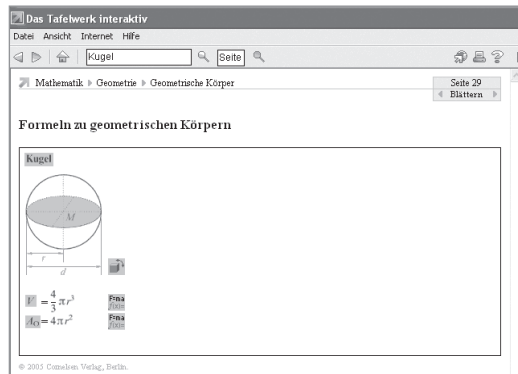
Tabellen
Dichten - Gase (bei 101,325 kPa und 0 °C)

Eigenschaften
Dichte ρ in kg / m³

Stoff	Dichte ρ in kg / m ³
Ammoniak	0,77
Chlor	3,214
Erdgas	0,73 ... 0,83
Helium	0,179
Kohlenstoffdioxid	1,977
Luft	1,29
Propan	2,01
Sauerstoff	1,429
Stickstoff	1,251
Wasserstoff	0,0899



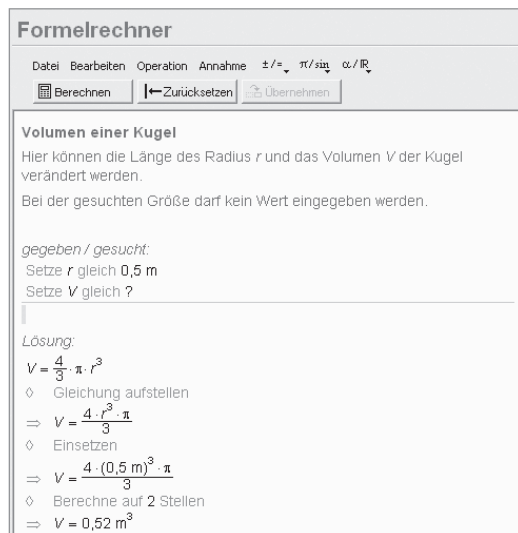
Nun muss noch das für die Auftriebskraft benötigte Volumen eines Ballons von 1 m Durchmesser bestimmt werden. Dazu lässt sich erneut die **Suchfunktion** nutzen. Die Eingabe von „Kugel“ führt zu mehreren Treffern, unter denen man *Geometrie > Geometrische Körper > Kugel* wählt und in den entsprechenden Bereich der Mathematik gelangt.



Anklicken des Symbols an der Gleichung zur Volumenberechnung führt zum **Formelrechner**, mit dessen Hilfe schnell der Wert für das Volumen bestimmt wird. Löschen Sie den Wert für r und geben Sie 0,5 ein. Löschen Sie die Einheit „cm“ und geben Sie „m“ ein. Klicken Sie jetzt auf die Schaltfläche „Neu berechnen“.

Man erhält sofort das Ergebnis: $V = 0,52 \dots \text{m}^3$.

Jetzt kehrt man zur Gleichung für den Auftrieb zurück. Eine Möglichkeit dafür ist z. B. der mehrfache **Zurücksprung** mithilfe des Pfeilsymbols in der Symbolleiste. Für den Auftrieb lässt sich nun dort erneut der **Formelrechner** nutzen. Die Berechnung der Auftriebskraft in Luft unter Berücksichtigung der Gewichtskraft des Heliums liefert einen Wert von $F_A = 5,7 \text{ N}$.



Die Einheit „Newton“ wird im Ergebnis vom Formelrechner aus den gegebenen Einheiten „m“, „kg“ und „s“ automatisch ausgegeben. Man kann allerdings auch die Ausgabe in anderen Einheiten voreinstellen (siehe hierzu Kapitel 5.6.6 *Rechnen mit Einheiten*). Darüber hinaus steht für die Umrechnung von Einheiten als Werkzeug der Einheitenumrechner zur Verfügung (Karteireiter „Einheiten“ im rechten Fenster).



Der erhaltene Wert für die Auftriebskraft kann nun in die Gleichung für die Gewichtskraft (Schnellsuche: „Gewichtskraft“ und Klicken des Formelrechner-Symbols) eingegeben werden. Die Einheit N wird folgendermaßen eingegeben: Nach der Eingabe des Zahlenwertes 5,7 anstelle des Fragezeichens wird aus der Symbole/Operationen-Palette (siehe Abb.) das Einheitensymbol angeklickt. Dann kann „N“ für Newton eingegeben werden.

Der Wert für die Masse wird einschließlich Einheit gelöscht bis an seiner Stelle ein Fragezeichen erscheint (es soll ja die Masse berechnet werden, die der mit Helium gefüllte Ballon gerade noch trägt). Klickt man nun auf die Schaltfläche „Berechnen“, wird die Gleichung nach der



Masse umgestellt, die gegebenen Werte werden eingesetzt und das Ergebnis berechnet. Abschließend kann noch die erforderliche Rundungsgenauigkeit eingegeben werden.

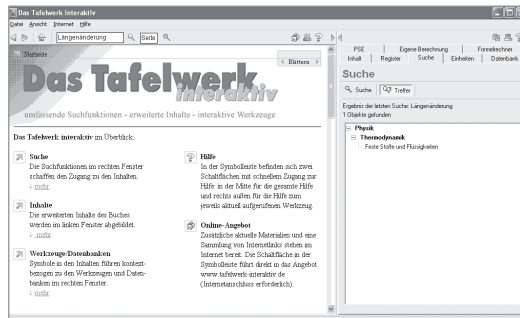
Der mit Helium gefüllte Ballon wird also eine Last mit einer Masse bis zu ca. 0,58 kg und damit die Kamera tragen können.

„Wächst der Eiffelturm im Sommer?“

Ihre Schülerinnen und Schüler sollen herausfinden, um wie viel der Eiffelturm im Sommer an Länge gewinnt gegenüber seiner Länge im Winter. Im Physikunterricht (thermisches Verhalten von Körpern) gehört die Wärmeausdehnung von Metallen zum festen Bestandteil und Berechnungen der Längenänderung zu den Standardaufgaben.

Lösung mit dem Tafelwerk *interaktiv*

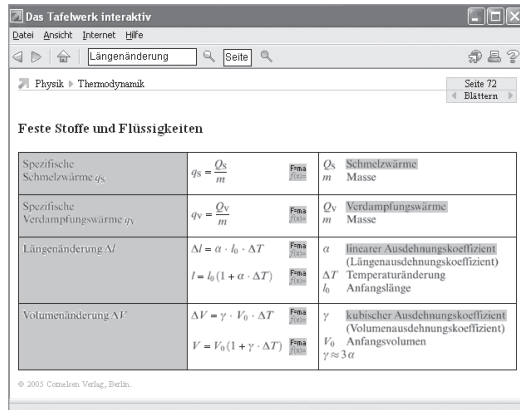
Mithilfe der **Suchfunktion** (Stichwortsuche in der Symbolleiste bzw. im rechten Fenster unter dem Karteireiter „Suche“) lässt man sich im rechten Fenster die Treffer zum Begriff „Längenänderung“ anzeigen.




Ein Klick auf die Zeile „Feste Stoffe und Flüssigkeiten“ in der Trefferliste führt zu dem relevanten Inhalt.

Dort findet man die benötigte Gleichung zur Längenänderung ΔT . Neben der Gleichung befindet sich das Werkzeugensymbol für den Formelrechner. Durch Klicken auf dieses Symbol öffnet sich im rechten Fenster ein Rechenblatt des Formelrechners, mit dem nun gearbeitet werden kann.

In den Annahmezeilen (*gegeben/gesucht*) können die voreingestellten Werte gelöscht und die für die Aufgabe erforderlichen Werte eingegeben werden. Der Eiffelturm hat ohne Antennenaufbau eine Länge von 300 m.



Nimmt man als minimale Wintertemperatur -15°C und als maximale Sommertemperatur 35°C an, ergibt sich eine Differenz ΔT von 50 K.

Für die Eingabe des linearen Ausdehnungskoeffizienten bietet sich die bequeme **Übernahme von Werten aus der naturwissenschaftlichen Datenbank** des Tafelwerkes an. Dafür markieren Sie einfach den vorgegebenen Wert. Dadurch wird die Schaltfläche  oberhalb des Rechenblattes aktiviert.



Klickt man auf diese Schaltfläche, öffnet sich eine Auswahlliste, die automatisch die Werte des linearen Ausdehnungskoeffizienten aller im Tafelwerk enthaltenen Stoffe anbietet.

Scrollen Sie bis zum gewünschten Stoff (im Fall des Eiffelturmes ist es Stahl) und klicken Sie die Zeile an. Dieser Wert wird nun automatisch im Rechenblatt des Formelrechners übernommen.

Stoffe	linearer Ausdehnungskoeffizient in $1/K$
Mauerwerk	$5 \cdot 10^{-6}$
Platin	$9 \cdot 10^{-6}$
Porzellan	$4 \cdot 10^{-6}$
Quarzglas	$1 \cdot 10^{-6}$
Silber	$2 \cdot 10^{-5}$
Stahl	$13 \cdot 10^{-6}$
Wolfram	$4 \cdot 10^{-6}$
Zink	$36 \cdot 10^{-6}$

Auf Wunsch kann jetzt durch die Operation *Berechnen mit den Einheiten*: noch die Einheit festgelegt werden, in der das Ergebnis ausgegeben werden soll (z.B. „cm“). Nun können Sie durch Klicken auf die Schaltfläche die Berechnung ausführen.

Die eingegebenen Werte werden in die Gleichung eingesetzt und das Ergebnis wird sofort angezeigt. Mit den zuvor festgelegten Parametern ergibt sich eine jährliche Längenschwankung für den Eiffelturm von ca. 20 cm.

Experimente mit Funktionsgraphen

Mit dem folgenden Beispiel soll gezeigt werden, wie Schüler durch Variieren von Parametern und Hinzufügen von Termen das Verhalten bestimmter mathematischer Funktionen „erforschen“ können. Als Kontext wird hier die Aufgabenstellung gewählt, mithilfe mathematischer Funktionen eine Schablone für den Bau eines zweiflügeligen symmetrischen Bumerangs zu erstellen.

Lösung mithilfe einer „eigenen Berechnung“ des Formelrechners

Wenn Sie den Karteireiter „Eigene Berechnung“ im rechten Fenster wählen, öffnet sich dort der Formelrechner mit einem leeren Arbeitsblatt. Ihnen stehen jetzt alle im Tafelwerk vorhandenen Funktionen des Computeralgebrasystems zur Verfügung.



Eine mathematische Annäherung an die Aufgabenstellung erhält man durch die quadratische Funktion $y = x^2$. Um der üblichen Darstellung von Bumerangs zu entsprechen spiegelt man die Parabel an der x-Achse und „schiebt“ den Scheitelpunkt ein wenig nach oben, z.B.: $y = 4 - x^2$. Nachdem die Funktionsgleichung im Rechenblatt erstellt ist, lassen sich noch Kommentare und Überschriften einfügen.

Die Operation „Funktion hinzufügen“ ermöglicht, dass nach jedem neuen „Berechnen“ der Graph mit dem jeweils veränderten Parameter hinzugefügt wird ohne dass die vorher gezeichneten Graphen gelöscht werden. Es lässt sich jetzt bereits so etwas Ähnliches wie eine Bumerangform darstellen.

Die Schüler werden jedoch schnell merken, dass die einfache Verschiebung der Parabel zu einer ungünstigen Verjüngung der beiden Tragflächen führt. Es muss also eine Korrektur gefunden werden. Für diese Phase bietet sich exploratives Arbeiten der Schüler an.

Eine praktikable Lösung besteht in folgender Erweiterung der Funktionsgleichung:

Die Kurvenschar ändert sich dann in gewünschter Weise.

Eigene Berechnung

Datei Bearbeiten Operation Annahme \pm/\div π/\sin α/\Re

Berechnen

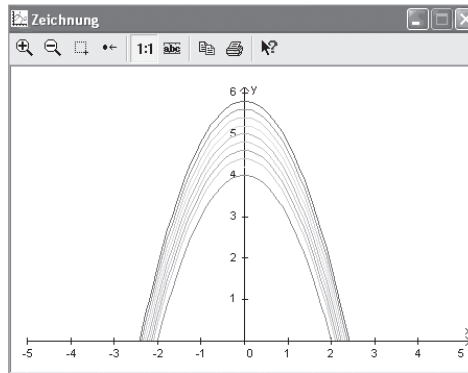
Bumerangdesign mit Parabeln

Variiere a von ca. 0 bis 2 und lass in der Zeichnung jeweils die Funktion hinzufügen.

Für ein endgültiges Bumerangdesign müssen die Enden noch gestaltet werden. Für den Bau ist finnisches Birkenperrholz (3 bis 5 mm) am besten geeignet.
Setze a gleich 0

$y = 4 - x^2 + a$

- ◇ Berechnen
- ⇒ $y = 4,0 - 1,0 \cdot x^2$
- ◇ Funktion hinzufügen
- ⇒ $y = 4,0 - 1,0 \cdot x^2$



Eigene Berechnung

Datei Bearbeiten Operation Annahme \pm/\div π/\sin α/\Re

Berechnen

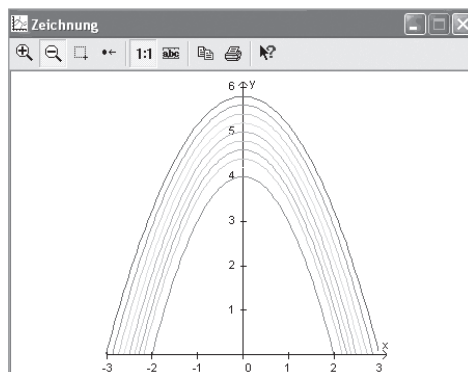
Bumerangdesign mit Parabeln

Variiere a von ca. 0 bis 2 und lass in der Zeichnung jeweils die Funktion hinzufügen.

Für ein endgültiges Bumerangdesign müssen die Enden noch gestaltet werden. Für den Bau ist finnisches Birkenperrholz (3 bis 5 mm) am besten geeignet.
Setze a gleich 0

$y = 4 - x^2 + a + 0,2 \cdot a \cdot x^2$

- ◇ Berechnen
- ⇒ $y = 4,0 - 1,0 \cdot x^2$
- ◇ Funktion hinzufügen
- ⇒ $y = 4,0 - 1,0 \cdot x^2$



Ein ganz anderer Ansatz wäre die Lösung mithilfe einer Logarithmusfunktion. Der Trick hier besteht darin, durch das Einfügen von „ x^2 “ die Funktion symmetrisch zu machen. Das kann z.B. durch die abgebildete Gleichung realisiert werden.

Eigene Berechnung

Datei Bearbeiten Operation Annahme ±/√ π/sin α/R

Bumerangdesign mit der ln-Funktion

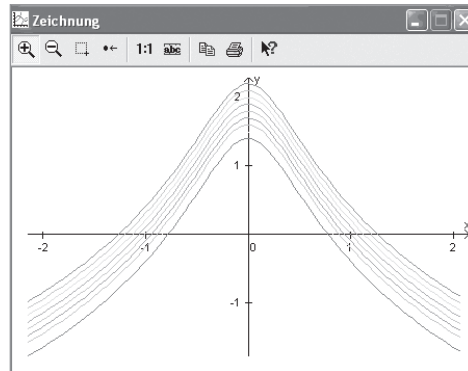
Variiere a von ca. 0,5 bis 2,2 und lass in der Zeichnung jeweils die Funktion hinzufügen. Übrigens: Symmetrisch wird die ln-Funktion erst durch das " x^2 ".

Für ein endgültiges Bumerangdesign müssen die Enden noch gestaltet werden. Zum Bauen ist finnisches Birkensperrholz (3 bis 5 mm) am besten geeignet.

Setze a gleich 0,6

$y = 2,5 - (\ln(1 + 5 \cdot x^2) + 0,5 \cdot a)$
 Berechnen
 $\Rightarrow y = 2,2 - 1,0 \cdot \ln(5,0 \cdot x^2 + 1,0)$
 Funktion hinzufügen
 $\Rightarrow y = 2,2 - 1,0 \cdot \ln(5,0 \cdot x^2 + 1,0)$

Die Kurvenschar dieser Lösung ergibt diese Vorlage für einen Bumerang:



Oder man experimentiert mit der Gauß-Funktion. Auch diese muss erst symmetrisch gemacht werden. Eine Möglichkeit besteht in der abgebildeten Gleichung.

Eigene Berechnung

Datei Bearbeiten Operation Annahme ±/√ π/sin α/R

Bumerangdesign mit Gauß!

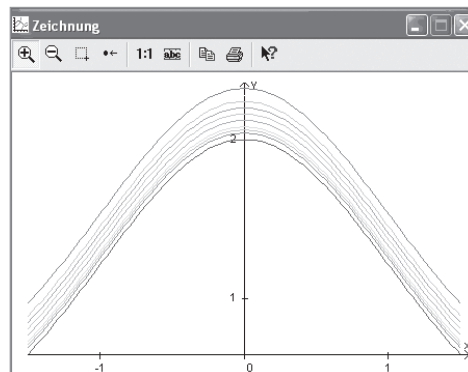
Variiere a von 0 bis 1,8 in 0,1-Schritten und lass jeweils eine Kurve hinzufügen! Man erhält eine Schar "Gauß'scher Glockenkurven".

Für ein endgültiges Bumerangdesign müssen die Enden noch gestaltet werden. Zum Bau ist finnisches Birkensperrholz (3 bis 5 mm) am besten geeignet.

Setze a gleich 0

$y = 2 \cdot \left(e^{-\frac{x^2}{2}} + 0,1 \cdot a \right)$
 Funktion hinzufügen
 $\Rightarrow y = 2 \cdot \left(e^{-\frac{x^2}{2}} + 0,1 \cdot a \right)$

Auch die so entstehende Kurvenschar bietet eine Bumerangvorlage.



Die gezeigten Vorschläge sind nur ein kleiner Ausschnitt aus dem Spektrum der Möglichkeiten. Wichtig an diesem Beispiel ist der große Spielraum der Schülerinnen und Schüler für mathematisches Experimentieren. Als mathematische Voraussetzung ist die Kenntnis von Standardfunktionen aus dem Bereich der Sekundarstufe I dabei ausreichend.